ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 6 FÉVRIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 29 janvier 1928, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Lucien Cayeux** pour occuper, dans la Section de Minéralogie, la place vacante par le décès de M. *E. Haug*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Lucien Cayeux** prend place parmi ses Confrères.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime de la façon suivante :

Mes chers Confrères,

La mort vient de porter un coup fatal à la science mondiale, en faisant descendre dans la tombe, à l'âge de soixante-quatorze ans, M. **Hendrik Antoon Lorentz**, Associé étranger de notre Académie depuis l'année 1910 et l'une des plus grandes intelligences de notre époque comme de tous les temps. Personne n'a élevé plus haut que lui le flambeau qui a illuminé le domaine de la physique. A la faveur de conceptions géniales, il a prévu des phénomènes nouveaux bouleversant nos connaissances en optique et en électricité, marquant de sa puissante empreinte la science moderne.

Les recherches de notre illustre et regretté confrère sont apparentées aux idées de Maxwell, célèbres par le rattachement de l'optique à l'électricité

d'où est née, bien avant la découverte de Herz, la notion des ondes électromagnétiques servant aujourd'hui de véhicule à la T. S. F. Si cette conséquence fondamentale des vues du grand physicien anglais a reçu la sanction de l'expérience, la théorie dont il a posé les assises ne se trouvait pas moins dans l'impossibilité d'expliquer tous les phénomènes. C'est ce qui a conduit Lorentz à modifier profondément la conception de Maxwell. Il attribua à l'éther la propriété de se comporter de la même façon dans tous les milieux, transparents ou non, et de posséder partout même densité et même élasticité. Point essentiel! Ce milieu uniforme, il le peupla d'électrons ou atomes d'électricité, assujettis à ne pouvoir s'écarter que très peu de leur position d'équilibre, dans les milieux transparents, position où ils tendent sans cesse à revenir, par suite de réactions provoquant leur mise en vibration, aussitôt qu'une cause extérieure vient les ébranler. Dans les milieux conducteurs, au contraire, les électrons sont libres, mais soumis à des frottements déterminant l'échauffement de ces corps, lorsqu'une action convenable les met en mouvement.

Dans la théorie de Lorentz, l'éther sert d'agent docile de transmission, fournissant à distance le contre-coup fidèle des vibrations des électrons, sur lesquels agissent directement les forces électriques et électromagnétiques. D'ailleurs les charges électriques vibrantes, donnant naissance aux radiations émises par un gaz rendu luminescent, se comportent comme des courants transportant la même quantité d'électricité, suivant la loi de Rowland.

Comme conséquence, un des effets du champ magnétique sur une pareille source est d'affecter de polarisation la lumière engendrée. Prévu par Lorentz, cet important phénomène était bientôt confirmé par une expérience célèbre de Zeeman qui avait découvert antérieurement la propriété de ce champ d'influencer la constitution des raies du spectre de la source, sous la suggestion d'idées se rattachant à des conceptions de Lord Kelvin et Tait.

Lorentz était parvenu à rendre compte de tous les faits connus de l'optique et de l'électricité, en se limitant au degré d'approximation que les instruments de mesure ne paraissaient pas pouvoir permettre de dépasser, lorsque Michelson fit connaître le résultat de sa mémorable expérience, entreprise avec des moyens d'une précision supérieure à tout ce que l'on pouvait prévoir et établissant que la vitesse de la lumière n'est pas affectée par le mouvement commun de la source et de l'observateur. Cette expérience, notre confrère l'expliqua d'abord, à l'aide d'une hypothèse ingénieuse sur les propriétés de la matière entraînée, avant de concevoir sa théorie définitive, condensée dans des équations douées de propriétés analytiques remar-

quables, faisant état des recherches conduisant à admettre que la masse mécanique est d'origine électromagnétique et regardant leurs molécules comme formées d'électrons positifs et négatifs dont les charges se compensent. Il a pu satisfaire ainsi à toutes les exigences, déterminant par surcroît un courant d'idées dominées par celles d'Einstein sur la relativité, courant dont on trouve peu d'exemples comparables dans l'histoire de la science.

Les conceptions de Lorentz l'ont conduit, en particulier, à rendre compte de l'attraction newtonienne, dans ses rapports avec l'astronomie, à expliquer l'émission d'électrons par les corps incandescents, etc. Point de départ de l'explication d'une foule de phénomènes, elles ont provoqué la découverte de nombreux faits nouveaux. Aussi la place de notre illustre confrère est-elle marquée à côté des grands génies qui ont honoré l'humanité.

Lorentz aimait la France et parlait notre langue avec une rare perfection. Esprit étincelant et humoristique, il était d'une courtoisie exquise. Sur l'invitation de la Société française de Physique, il est venu plusieurs fois de son pays, la Hollande, exposer ses idées devant nos compatriotes, notamment lors de la célébration du cinquantenaire de cette Société et du centenaire de Fresnel. Tous ceux qui se sont trouvés sous le charme de sa parole et de sa pensée conserveront le souvenir vivant de cette grande figure dont le vif regard a pénétré des mystères dissimulés avec un soin jaloux par la nature.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la présence ordinaire du baryum, et probablement du strontium, dans la terre arable.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **L. Silberstein.**

Les expériences que nous avons publiées sur le dosage des formes organiques et minérales du soufre contenu dans la terre arable ([1]) nous ont conduits à rechercher si une certaine proportion de ce métalloïde n'était pas combiné à l'état de sulfate de baryum, autrement dit à rechercher si le baryum n'était pas un élément constitutif des sols cultivés. Nous avions fait remarquer que l'extraction des sulfates du sol, même par ébullition avec de l'eau acidulée d'acide chlorhydrique, était assez difficile et nous avions attribué cette difficulté surtout aux propriétés absorbantes de l'humus et de

---

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1388.

l'argile. Nous nous étions réservés, sans en parler encore, de voir si cette difficulté d'extraction n'était pas due aussi, dans une certaine mesure, à l'existence de sulfate de baryum qui, on le sait, est extrêmement peu soluble.

Notre supposition était d'autant moins invraisemblable que la présence de traces de baryum avait été signalée autrefois dans les roches primitives par Mitscherlich ([1]), par Dieulafait ([2]) et par Hildebrand ([3]), dans les roches calcaires par Engelbach ([4]), dans le grès bigarré des environs de Göttingen par Lutterkorth ([5]). En outre, de petites quantités du métal alcalino-terreux avaient été dosées dans deux échantillons sur trois de limon du Nil par W. Knop ([6]).

Après divers essais, nous avons adopté la méthode suivante pour rechercher le baryum dans la terre arable : un échantillon de plusieurs grammes, passé au feu pour détruire les matières organiques, est mélangé intimement, puis fondu, avec 3 fois son poids de carbonate mixte de potassium et de sodium. La masse refroidie est traitée par l'eau; la partie insoluble, lavée avec une solution étendue de carbonate de sodium, est additionnée d'acide chlorhydrique. On évapore à sec, pour insolubiliser un reste de silice, on reprend par un peu d'acide chlorhydrique et de l'eau, puis on filtre et précipite le baryum contenu dans la solution par quelques gouttes d'acide sulfurique dilué.

Le précipité recueilli n'est pas du sulfate de baryum pur. Formé au sein d'une solution contenant divers sels et parfois une assez forte quantité de chlorure ferrique, il a entraîné une certaine proportion de métaux étrangers. Nous l'avons généralement purifié en le chauffant avec un peu d'acide chlorhydrique concentré, évaporant presque à sec, ajoutant de l'eau et filtrant. Dans certains cas, nous avons recouru à une nouvelle attaque par fusion avec les carbonates alcalins, reprise du carbonate insoluble, mélangé d'oxyde de fer, par l'acide acétique dilué et reprécipitation par l'acide sulfurique.

Chaque précipité a été examiné au spectroscope. Pour cela, une petite prise a été chauffée à l'extrémité d'un fil de platine dans la partie extérieure de la flamme d'un bec de Bunsen : après un certain temps, néces-

---

([1]) *Poggend. Ann.*, **111**, 1860, p. 351.
([2]) *Ann. Chim. Phys.*, 5e série, **15**, 1878, p. 540.
([3]) *Amer. Chem. Soc. J.*, **16**, 1894, p. 81.
([4]) *Ann. d. Chem.*, **123**, 1862, p. 255.
([5]) *Ann. d. Chem.*, **100**, 1856, p. 296.
([6]) *Landw. Vers. Stat.*, **17**, 1874, p. 65.

saire à la volatilisation de traces de sels alcalins, la coloration verte de la flamme et les raies spectrales caractéristiques du baryum sont apparues avec la plus grande netteté. On a généralement hâté l'opération en mouillant et séchant à plusieurs reprises, avec précaution, l'extrémité du fil de platine et le précipité avec de l'acide chlorhydrique.

Il va de soi qu'avant chaque examen pyrognostique, le fil de platine a été nettoyé complètement, par l'action des carbonates alcalins fondus, lavage à l'eau et à l'acide chlorhydrique, puis chauffage dans la flamme. Après un très court instant, il ne donnait plus à celle-ci aucune coloration.

Nous avons étudié la terre du jardin de l'Institut Pasteur, vingt autres échantillons de terre arable provenant de diverses régions de la France, de l'Italie, du Danemark, de la Serbie : nous y avons toujours trouvé du baryum.

Mais il y a plus. Dans certains cas, notamment dans celui de la terre de Saint-Chaptes (Gard) et surtout dans ceux des terres de Meules (Calvados) et de Langlade (Gard), l'examen spectroscopique nous a révélé la présence du strontium. La coloration rouge de la flamme et les raies caractéristiques apparaissaient le plus nettement entre le départ du sodium et la manifestation du baryum. Le meilleur moyen de faire apparaître la coloration et le spectre du strontium était de laisser refroidir le fil aussitôt terminée la volatilisation du sodium, de le mouiller d'acide chlorhydrique, d'évaporer à sec et de replacer dans la flamme : les caractères du strontium éclataient avant ceux, d'ailleurs beaucoup plus durables, du baryum.

Comme le sulfate strontique est environ 65 fois plus soluble dans l'eau que le sulfate barytique, il est très probable, pour ne pas dire certain, que du strontium devait exister dans un plus grand nombre de cas que ceux où nous l'avons trouvé.

La présence ordinaire du baryum et, probablement aussi, du strontium dans la terre arable explique de la manière la plus simple, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir une composition exceptionnelle du sol, ou un apport de poussières du laboratoire durant les analyses, l'existence plusieurs fois constatée du baryum (¹) et même à la fois du baryum et du strontium (²) dans l'organisme des plantes.

(¹) Scheele, *Mémoires de Chymie*, 1re Partie, Dijon, 1785, p. 81. — Forchammer, *Poggend. Ann.*, 95, 1855, p. 60. — G.-E. Eckard, *Ann. d. Chem.*, **100**, 1856, p. 294. — H. Lutterkorth, *loc. cit.* — Hugo Dworzak, *Landw. Vers. Stat.*, **17**, 1874, p. 398. — Rich. Hornberger, *Landw. Vers. Stat.*, 51, 1899, p. 473. — Demarçay, *Comptes rendus*, **130**, 1900, p. 91.

(²) W.-P. Headden, *Agr. Exp. Stat. Colorado Coll.*, Bull. nº 267, 1921.

Il n'est pas étonnant de rencontrer çà et là du baryum à la surface du globe, mais il est assez remarquable qu'aucune partie des terres cultivées n'en semble dépourvue.

Si la supposition que les cendres végétales ne représentent guère que des impuretés d'origine terrestre a pu faire envisager les traces de baryum trouvées dans quelques plantes comme de simples témoins d'une composition particulière du sol, les découvertes récentes sur l'importance des matières minérales dans les phénomènes de la vie doivent inciter les chercheurs à considérer d'une manière moins superficielle les résultats rapportés plus haut.

Il est encore trop tôt pour énumérer tous les problèmes que pose la présence de la série complète des métaux alcalino-terreux dans les sols cultivés, mais on peut déjà se demander s'il y a assez de baryum dans la terre pour contre-balancer, dans une mesure notable, par la presque insolubilité de son sulfate, l'action nutritive des composés du soufre sur la végétation. Nous essaierons d'apporter une réponse à ce sujet dans un prochain Mémoire.

BIOLOGIE. — *Maturation, fécondation et polyspermie chez l'œuf de* Bombyx mori. Note [1] de MM. **E. Bataillon** et **Tchou Su**.

Les œufs de *Bombyx mori*, pris à l'extrémité inférieure des tubes ovariens, ont leur première mitose maturatrice arrêtée en métaphase : elle est normale à la surface. A la ponte, chaque œuf renferme 1, 2 ou 3 spermatozoïdes, rarement plus. Ce sont des filaments chromatiques enrobés dans un îlot de plasma et munis à leur base d'un granule central. Ces filaments se contractent pendant la première heure. Entre 1 heure et demie et deux heures environ, le pronucleus femelle viendra se coupler avec l'un d'eux devenu vésiculeux et muni d'un centre double.

Dès leur expulsion, les œufs ont leur mitose polaire en anaphase. Entre les deux couronnes chromosomiques qui s'écartent se voit nettement la *plaque d'élimination* décrite par Seiler [2] chez *Lymantria, Phragmatobia* et *Orgya*. Cette plaque, qui a échappé à Henking [3], tasse ses granules en

---

[1] Séance du 3 janvier 1928.

[2] J. Seiler, *Das Verhalten der Geschlechtschromosomen bei Lepidopteren* (*Arch. f. Zellf.*, 13, 1913-1914, p. 159-269).

[3] H. Henking, *Untersuchungen über die ersten Entwicklungsvorgänge in den Eiern der Insekten* (*Zeitsch. für wissensch. Zool.*, 54, 1892, p. 1-274).

un amas ovalaire de plus en plus pâle et s'efface après la deuxième mitose. Les deux noyaux issus de la première sont retenus par l'œuf et constituent les cinèses de deuxième ordre, l'une périphérique, l'autre profonde avec la masse éliminée dans l'intervalle. Les couronnes anaphasiques comportent 28 grains chromosomiques (le nombre haploïde). Par son pôle interne, la figure profonde s'étire longuement vers le pronucleus mâle le plus proche et libère le pronucleus femelle du couple amphimixiqne.

Les trois noyaux polaires vésiculeux peuvent se fusionner ou non et donner des mitoses de taille variable. Leurs débris se verront encore quelquefois sur des œufs dont le blastoderme est constitué (24 heures).

Les mitoses polaires n'ont pas de centre. Les mitoses somatiques ont toujours deux granules centrosomiens, mais les radiations n'apparaîtront nettement que vers la seizième heure.

Si la polyspermie est connue chez les Insectes, nous ne possédons pas d'indications précises sur la destinée des noyaux mâles surnuméraires. Arrêtons-nous d'abord sur certains œufs qui *se comportent comme* immatures.

C'est à la fin de la ponte que nous les avons rencontrés. Leur plage polaire présente un beau spirème sur lequel sont alignés 28 grains chromosomiques qui correspondent à des couples. Lorsqu'on trouve ces figures sur des œufs non imprégnés de 23 ou 26 heures, on se demande si elles ne sortiraient pas d'une mitose antérieure. Mais, au même âge, il y a des œufs à mitose tangentielle profonde, également non imprégnés ; il y en a d'autres qui sont envahis par de nombreuses spermies et qui n'ont point réagi, leur mitose polaire est restée inerte. Cette inertie pourrait relever d'autres conditions qui nous échappent. Mais elle évoque naturellement l'idée d'immaturité, si les œufs vierges, pondus par la femelle isolée, achèvent couramment leur maturation, selon les indications de Henking.

Dans cette hypothèse, il y aurait donc, à la fin de l'émission, des œufs provenant du sommet des tubes ovariens à divers stades d'immaturité : stades du spirème et du fuseau non orienté *incompatibles avec l'imprégnation;* stade du fuseau mal orienté, favorable à une polyspermie supérieure à la normale, mais *réfractaire encore à l'activation.*

Il est remarquable qu'ici la destinée des noyaux mâles, chez les œufs incapables de réaction, soit *à peu près* la même que celle des surnuméraires dans le développement régulier. A certains égards, *la parenté avec le cas des Urodèles est frappante.*

Les mitoses mâles sont *en retard sur la mitose amphimixique; elles ne*

s'achèvent jamais et sont comme *figées en métaphase*. Mais ces figures sont très spéciales, elles s'allongent *démesurément* à partir de la troisième heure; ou du moins leurs centres volumineux et finement grenus s'éloignent des sommets du fuseau entraînant la masse plasmatique étranglée. Le fuseau reste nu et devient uniformément chromophile avant de disparaître. Au moins chez les œufs non activés, où ces systèmes existent seuls et ne se dissocient qu'entre 20 et 26 heures, les masses plasmatiques qui se détachent développent un aster. Et d'une invasion de spermies plus ou moins large, on ne voit plus comme résidu momentané qu'une constellation d'étoiles de moins en moins nettes. Les centres peuvent donc provoquer une véritable division des îlots de plasma sur les métaphases haploïdes bloquées.

Dans la polyspermie normale, la séparation des territoires centrés est plus précoce et l'irradiation (accentuée peut-être par une déshydratation progressive) devient plus difficile à suivre. Elle a été vue sporadiquement après 10 ou 11 heures.

Conclusions. — La première mitose polaire de l'œuf vierge de *Bombyx mori* est normalement arrêtée en métaphase avant la ponte. Elle s'achève, après fécondation, avec l'*élimination chromatique* décrite ailleurs par Seiler; la polyspermie normale est faible.

La fin de la ponte peut fournir des œufs qui paraissent immatures et qui sont de deux types : certains sont infécondables; d'autres présentent une polyspermie assez forte, mais ils ne sont point activés et leur cinèse polaire ne s'achève pas.

Qu'il s'agisse des noyaux mâles surnuméraires dans une fécondation normale, qu'il s'agisse de la polyspermie plus forte des œufs inaptes à réagir, les mitoses mâles s'arrêtent en métaphase. Comme chez les Urodèles, elles ne s'achèvent pas : mais leurs centres s'éloignent et se partagent l'îlot plasmatique. Chez les œufs non activés, ces centres s'irradient, la cytodiérèse laisse en place le fuseau métaphasique nu et figé qui dégénère.

M. **Ch. Lallemand** présente à l'Académie les *Rapports généraux* qu'il a rédigés sur l'état d'avancement *des nivellements de précision dans les cinq parties du monde*, au cours de la période de 1912 à 1923.

Ces rapports, qu'il a présentés à la Section de Géodésie de l'Union géodésique et géophysique internationale dans les Assemblées générales tenues par cette Union à Rome, en 1922, et à Madrid, en 1924, sont établis sur le même plan que ceux antérieurement soumis par M. Lallemand, sur le même sujet, à l'ancienne Association géodésique internationale dans ses Conférences générales de 1903, 1906, 1909 et 1912.

M. **Charles Richet** présente un livre qu'il vient de faire paraître (*Notre sixième sens*, in-12, Paris, Ed. Montaigne, 1928) et il s'exprime ainsi :

Si je me permets de présenter à l'Académie ce livre parfois téméraire, c'est qu'il est, dans l'acception stricte du mot, un livre de physiologie ; car il s'appuie exclusivement sur l'observation et l'expérience, bases uniques et inébranlables de toute physiologie.

Tout d'abord ne donnons pas au mot *sixième sens* la signification de plaisir sexuel, ainsi que trop souvent le public le comprend. Le plaisir sexuel n'est pas un sens, mais une sensation. Réservons le mot de sens aux sensibilités qui nous apportent quelque connaissance du monde extérieur.

Après de prolongées études, il m'a paru qu'il y a un sixième sens, c'est-à-dire la connaissance d'un fragment de la réalité par des voies autres que les voies sensorielles habituelles.

Il y a dans ce livre des observations et des expériences.

Les observations sont décisives. On en a réuni plus d'un millier de cas authentiques. Il s'agit de *monitions* qui se vérifient. Ne pouvant en donner qu'un assez pauvre abrégé, je n'en ai rapporté que quelques-unes, assez cependant pour que la *véridicité* de ces monitions soit établie.

Les expériences ont plus de force que les observations. Je les ai exposées avec plus de détails. Je suis heureux de pouvoir dire que quelques-uns de nos confrères, mon regretté ami Daniel Berthelot, le général Ferrié et M. Leclainche ont assisté à quelques-unes de ces expériences plus décisives encore, si possibles, que les observations.

Ainsi *l'intelligence s'ouvre parfois à des faits que nos sens normaux n'ont pu lui faire connaître.*

Certes c'est de l'inhabituel. Mais il serait absurde de bannir de la science, parce qu'ils sont inhabituels, des phénomènes vrais.

Autour de nous de multiples vibrations frappent nos sens. D'autres, que nos sens ne perçoivent pas, sont décelées par nos appareils de physique (l'ultraviolet, les courants de haute fréquence, le magnétisme, les ondes hertziennes, etc.). Nos cinq misérables sens ne sont qu'une toute petite fenêtre ouverte au monde extérieur. Nos appareils de physique agrandissent un peu cette fenêtre. Cependant qui oserait dire qu'il n'y a de vibrations dans le monde que les vibrations frappant nos sens ou décelées par les appareils de physique ?

P. Painlevé parlait l'autre jour des mégacosmes et des microcosmes qui nous entourent. Mais il y a certainement aussi des *cryptocosmes*, c'est-à-dire

des vibrations (cryptiques) inconnues, cachées. Or, dans certains cas exceptionnels, ces forces nous révèlent leur réalité en atteignant notre intelligence, ou du moins l'intelligence de certains sensitifs, grâce à cette sensibilité spéciale, bien mystérieuse encore, qui est le sixième sens.

Il importe peu qu'à maintes personnes cette affirmation paraisse trop audacieuse. C'est le devoir des savants de devancer, quand ils ont la certitude, l'opinion du vulgaire.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique du Royaume d'Égypte** invite l'Institut de France à se faire représenter aux cérémonies et congrès par lesquels le *Centenaire de la Faculté de médecine du Caire* sera célébré, en cette ville, du 15 au 22 décembre 1928.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° G. Bruel. *Histoire de l'invention de la métrophotographie*. (Présenté par M. Georges Perrier.)

2° *L'œuvre de Marcelin Berthelot*, par Edvind Boedtker. (Présenté par M. Matignon.)

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur le contact entre les figures géométriques appartenant à un système continu.* Note [1] de M. **G. Nicoladzé**.

Nous voulons énoncer quelques propriétés générales de systèmes continus des figures géométriques. Dans la présente Note nous envisageons le cas où le point considéré de la figure géométrique est un point ordinaire. Nous sommes contraint de remettre la démonstration qui n'est pas d'ailleurs difficile.

1. Soit donné sur le plan un système continu à p paramètres de courbes.

---

[1] Séance du 30 janvier 1928.

Soit son équation

(1) $$F(x, y, \lambda_1, \ldots, \lambda_p) = 0.$$

Considérons un autre système à p paramètres de courbes, donné par l'équation

(2) $$F(x, y, \lambda_j^0) + \sum_j \frac{\partial F(x, y, \lambda_j^0)}{\partial \lambda_j} \lambda_j + \ldots + \frac{1}{k!} \sum_{j_1, \ldots, j_k} \frac{\partial^k F(x, y, \lambda_j^0)}{\partial \lambda_{j_1} \ldots \partial \lambda_{j_k}} \lambda_{j_1} \ldots \lambda_{j_k} = 0.$$

Nous appellerons ce système *le système osculateur d'ordre k du système* (1) *dans* (λ_j^0) [1].

Envisageons la courbe formée par l'ensemble de points d'intersection simultanée des courbes du système (1) avec les courbes *homologues* de p systèmes quelconques

(3) $$\Omega_1(x, y, \lambda_j) = 0; \quad \ldots; \quad \Omega_p(x, y, \lambda_j) = 0 \quad (j = 1, \ldots, p),$$

en supposant que pour $\lambda_j = \lambda_j^0$ chaque courbe des systèmes (3) passe par le point (x^0, y^0) de la courbe (λ_j^0) du système (1). La forme des fonctions continues Ω_j supposée arbitraire [2], nous appellerons brièvement cette courbe des intersections simultanées *la courbe produite générique, passant par* (x^0, y^0) *pour* $\lambda_j = \lambda_j^0$.

2. Il est facile de démontrer les propositions suivantes :

Théorème I. — *Quand dans un système continu des courbes la courbe* (λ_j^0) *admet dans son point ordinaire* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* s *avec la courbe produite générique, passant par* (x^0, y^0) *pour* $\lambda_j = \lambda_j^0$, *toutes les courbes du système osculateur d'ordre* k *dans* (λ_j^0) *ainsi que toutes les courbes produites génériques* [3] *de ce système osculateur admettent dans* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* $(s-k)$ (au moins) *avec* (λ_j^0).

(En désignant par le contact d'ordre zéro l'intersection ordinaire des courbes.)

Il suit immédiatement :

Théorème II. — *Quand dans les conditions du théorème I, le système donné est un système algébrique d'ordre* m *et* $s \geq m$, *toutes les courbes de ce système*

---

[1] Nous appelons courbe (λ_j^0) une courbe *particulière* du système (1) pour laquelle $\lambda_j = \lambda_j^0$. D'après (2) cette courbe (λ_j^0) elle-même, peut être considérée comme un système osculateur d'ordre zéro.

[2] Il suffit, par exemple, de supposer les Ω_j linéaires de la forme suivante $\lambda_j - \lambda_j^0 = a_j(x - x^0) + b_j(y - y^0)$ avec a_j, b_j arbitraires.

[3] C'est-à-dire même celles qui pour $\lambda_j = \lambda_j^0$ ne passent pas par le point (x^0, y^0).

admettent dans (x^0, y^0) *un contact d'ordre* $(s-m)$ (au moins) *ainsi que toutes les courbes produites génériques* (¹).

Théorème III (réciproque). — *Soit une courbe* (λ_j^0) *appartenant au système* (1) *continu de courbes. Si pour* $k = 1, 2, \ldots, s$ *toutes les courbes d'un système osculateur d'ordre* k *en* (λ_j^0) *admettent dans* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* $s-k$ *(au moins) entre eux, la courbe produite générique passant par* (x^0, y^0) *pour* $\lambda_j = \lambda_j^0$, *admet dans* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* s *avec* (λ_j^0).

3. L'interprétation géométrique des théorèmes énoncés est très simple dans l'espace E à $p+2$ dimensions, dont les coordonnées (non homogènes) d'un point sont $(x, y, \lambda_1, \ldots, \lambda_\rho)$. On voit facilement que dans les conditions de nos théorèmes l'hypersurface-image F dans E de l'équation (1) admet dans son point $(x^0, y^0, \lambda_1^0, \ldots, \lambda_p^0)$ un contact d'ordre s avec l'hypersurface cylindrique F^0 dont l'équation est celle de la courbe (λ_j^0).

Dans le cas général les points du contact entre F et l'hypersurface cylindrique *correspondante* F^0 ne sont que les points distincts sur l'hypersurface F. Nous disons dans ce cas général que (λ_j^0) est une courbe *particulière* du système donné. Mais il peut être que ces points du contact tracent une suite continue des points sur F. Quand cette suite est p dimensionnelle, nous pouvons dire que (λ_j^0) est une courbe *générique* du système donné.

La généralisation sur les systèmes des surfaces et hypersurfaces est immédiate.

Il reste à remarquer que dans le cas des systèmes à un paramètre l'enveloppe du système est aussi une courbe produite.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des quadratures mécaniques dans un intervalle infini. Applications au problème des moments, au Calcul des probabilités.* Note de M. **Jacques Chokhate**, transmise par M. Appell.

I. Soit $\psi(x)$ une fonction définie dans l'intervalle infini (a, b), non décroissante, avec une infinité de points de croissance, telle que les RS-intégrales (²) — moments — existent :

$$\alpha_m = \int_a^b x^m d\psi(x) \quad (m = 0, 1, 2, \ldots; \quad \alpha_0 > 0; \quad \psi(a) = 0). \tag{1}$$

(¹) Voir la note (³) de la page précédente.

(²) C'est-à-dire intégrales de Riemann-Stieltjes. Cf. Hobson, *The Theory of functions...*, **1**, p. 508-516; T. Hildebrandt, *On Integrals related...* (*Bulletin of the American Mathematical Society*, **24**, 1917, p. 177-202).

Il existe alors, comme on sait, une suite orthogonale $\{\varphi_n(x)\}$ de polynomes de Tchebycheff, dénominateurs des réduites successives de la fraction continue

$$\text{(2)}\qquad K(x) \equiv \frac{\lambda_1' 1}{1x - c_1} - \frac{\lambda_2 1}{1x - c_2} - \ldots \sim \int_a^b \frac{d\psi(Z)}{X - Z},$$

$f(x)$ étant bornée dans chaque intervalle fini-partie de (a, b), telle que $RS - \int_a^b f(x)\,d\psi(x)$ existe, on obtient à l'aide de $\{\varphi_n(x)\}$ la formule de « quadratures mécaniques » :

$$\text{(3)}\qquad \int_a^b f(x)\,d\psi(x) = \sum_{i=1}^{n} H_{ni} f(x_{ni}) + R_n(f) \quad (^1).$$

Dans quelques cas peut-on avoir dans (3) $\lim R_n(f)_{n=\infty} = 0$?

On peut toujours réduire (3) aux cas : $a = 0, -\infty; b = \infty$. Alors, en utilisant certains résultats de ma Note citée [1], ainsi que les résultats classiques de Stieltjes [2] et ceux de M. M. Riesz [3] sur l'approximation des fonctions continues dans un intervalle infini et de M. H. Hamburger [4] sur le problème des moments, je suis arrivé à la solution de la question proposée sous la seule condition que $\psi(x)$ est continue dans (a, ∞), au sens de M. Riesz, condition maintenue dans ce qui suit, ce qui renferme comme cas particulier $\int_a^\infty f(x)p(x)\,dx$, avec $p(x)$ positif.

THÉORÈME. — *Pour que les quadratures mécaniques* (3) *convergent pour chaque fonction* $f(x)$ *continue dans* (a, ∞) $(a = 0, -\infty)$, *il faut et il suffit que le problème des moments correspondant aux données* (1) *soit déterminé. Cette condition remplie, les quadratures convergent pour chaque fonction* $f(x)$ *bornée dans chaque intervalle fini-partie de* (a, ∞), *telle que* $RS - \int_a^\infty f(x)\,d\psi(x)$ *existe.*

---

(1) Cf. ma Note précédente, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 597-598; mêmes notations.

(2) STIELTJES, *Recherches sur les fractions continues* (*Œuvres*, 2, p. 402-559); *Quelques recherches sur la théorie des quadratures* (*ibid.*, 1, p. 377-394).

(3) M. RIESZ, *Sur le problème des moments...* (*Acta Litterarum... Regiae Universitatis Fracisco-Josephinae...*, 1, 1923, p. 209-225 et 214-217).

(4) H. HAMBURGER, *Ueber eine Erweiterung des Stieljesschen Momentenproblem* (*Mathematishe Annalen*, 81-83, 1920-1921, I, II, III, p. 235-319, 120-164 et 168-187).

Pour cela je démontre — et c'est le point fondamental —, que

$$(4) \quad \lim H_{ni} = 0 \quad (n = \infty) \quad \textit{uniformément par rapport à } i \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

en utilisant une propriété extrémale intéressante de H_{ni}, les inégalités célèbres de Tchebycheff (¹) ne pouvant d'ailleurs donner (4).

APPLICATIONS. — 1° *Les quatre propriétés suivantes : α, convergence des quadratures mécaniques* (3); *β, caractère déterminé ou non déterminé du problème des moments correspondant aux données* (1); *γ, validité ou non-validité du théorème de Parseval correspondant* (²); *δ, convergence ou non-convergence dans* (2) *de la fraction continue* $K(x)$ *vers* $\int_a^\infty \frac{d\psi(z)}{x-z}$ *sont équivalentes, c'est-à-dire une quelconque d'elles entraîne toutes les autres.*

2° *Le théorème limite généralisé de Tchebycheff sur les probabilités subsiste pour* $\psi(x)$ *définie plus haut.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur les fonctions subharmoniques.* Note de M. **Tibor Radó**, présentée par M. Hadamard.

1. Dans une Note récente (³), M. Montel vient d'ajouter quelques faits importants aux analogies connues qui existent entre les fonctions convexes d'une seule variable et les fonctions subharmoniques (⁴). Entre autres, il énonce le théorème suivant :

THÉORÈME A. — *Soit* $u(x, y)$ *une fonction continue positive dans un domaine* D. *Pour que* $\log u(x, y)$ *soit subharmonique, il est nécessaire que* $e^{\alpha x+\beta y}u(x, y)$ *soit subharmonique quelles que soient les valeurs des constantes* α *et* β. *Si la fonction* $u(x, y)$ *admet des dérivées secondes, cette condition est suffisante.*

Dans ce qui suit, nous allons montrer que, dans la seconde partie de ce

---

(¹) *Loc. cit.*, note (²) (*Œuvres*, 1, p. 387-388).

(²) *Loc. cit.*, note (³), p. 212, 223.

(³) Paul MONTEL, *Sur les fonctions sousharmoniques et leurs rapports avec les fonctions convexes* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 633-635).

(⁴) Pour la définition et les propriétés principales de ces fonctions, voir F. RIESZ, *Sur les fonctions subharmoniques et leur rapport à la théorie du potentiel* (*Acta mathematica*, 48, 1926, p. 329-343).

théorème, la restriction concernant la dérivabilité de $u(x, y)$ peut être complètement supprimée, c'est-à-dire que l'on a le théorème suivant :

Soit $u(x, y)$ une fonction continue et positive dans un domaine D. Pour que $\log u(x, y)$ soit subharmonique, il faut et il suffit que $e^{\alpha x+\beta y}u(x, y)$ soit subharmonique pour toutes les valeurs réelles de α et β.

Une fonction, subharmonique dans tout carré ouvert contenu dans un domaine D, étant évidemment subharmonique dans D, nous pouvons admettre que D coïncide avec un carré ouvert, par exemple, avec le carré

$$\text{(1)} \qquad Q : 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1.$$

2. Nous nous servirons d'un lemme très simple que nous allons d'abord développer. Soit $u(x, y)$ une fonction continue dans Q ; en désignant par h une constante inférieure à $\frac{1}{2}$, posons

$$\text{(2)} \qquad u_h(x, y) = \frac{1}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h} u(x+\xi, y+\eta)\, d\xi\, d\eta;$$

cette fonction est donc définie dans le carré

$$\text{(3)} \qquad Q_h : h < x < 1-h, \quad h < y < 1-h.$$

Lemme. — *Si, pour un certain couple de valeurs réelles α, β, la fonction*

$$\text{(4)} \qquad v(x, y) = e^{\alpha x+\beta y}u(x, y)$$

est subharmonique dans Q, la fonction

$$\text{(5)} \qquad v_h(x, y) = e^{\alpha x+\beta y}u_h(x, y)$$

sera subharmonique dans Q_h.

Considérons en effet une circonférence quelconque, de centre (x_0, y_0) et de rayon ρ, intérieure à Q_h. En tenant compte de (2), (4), (5), nous obtenons, pour la moyenne de v_h sur cette circonférence,

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v_h(x_0+\rho\cos\theta, y_0+\rho\sin\theta)\, d\theta$$
$$= \frac{1}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h}\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(x_0+\xi+\rho\cos\theta, y_0+\eta+\rho\sin\theta)\, d\theta\right] e^{-\alpha\xi-\beta\eta}\, d\xi\, d\eta.$$

La quantité entre parenthèses étant la moyenne de v sur une circonférence de centre $(x_0+\xi, y_0+\eta)$, cette quantité est au moins égale à la valeur de v au point $(x_0+\xi, y_0+\eta)$, puisque v est subharmonique par

hypothèse. Donc, en tenant compte de nouveau de (2), (4), (5),

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v_h(x_0+e_1\cos\theta,\ y_0+e_1\sin\theta)\,d\theta$$
$$\geqq \frac{1}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h} v(x_0+\xi,\ y_0+\eta)\,e^{-\alpha\xi-\beta\eta}\,d\xi\,d\eta$$
$$= \frac{e^{\alpha x_0+\beta y_0}}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h} u(x_0+\xi,\ y_0+\eta)\,d\xi\,d\eta = v_h(x_0,\ y_0).$$

La moyenne de v_h sur une circonférence quelconque, intérieure à Q_h, est donc au moins égale à la valeur de v_h au centre de la circonférence, c'est-à-dire que v_h est subharmonique dans Q_h. C. Q. F. D.

3. Soit maintenant $u(x,y)$ une fonction continue et positive dans Q, et telle que $e^{\alpha x+\beta y}u(x,y)$ soit subharmonique pour toutes les valeurs réelles de α, β. La fonction $u_h(x,y)$, définie par (2), jouira alors, en vertu du n° 2, de ces mêmes propriétés dans Q_h. *Admettons, en premier lieu, que $u(x,y)$ possède des dérivées premières continues dans* Q; alors u_h possède, comme on sait, des dérivées secondes continues dans Q_h. Par conséquent, le théorème A s'applique et $\log u_h$ est subharmonique dans Q_h. Or, pour h tendant vers zéro, $\log u_h$ tend, dans tout domaine intérieur à Q, uniformément vers $\log u$; la limite uniforme de fonctions subharmoniques étant subharmonique, $\log u$ est donc subharmonique.

4. Reprenons le raisonnement précédent, en ne supposant que la continuité de $u(x,y)$. Nous ne pourrons affirmer cette fois que la continuité des dérivées premières de u_h dans Q_h; mais, en vertu du résultat précédent, cela suffit pour que $\log u_h$ soit subharmonique. On en déduit, pour h tendant vers zéro, la subharmonicité de $\log u$, tout comme auparavant. Donc, la seconde partie du théorème A reste valable sous la seule hypothèse de la continuité de $u(x,y)$. C. Q. F. D.

5. M. F. Riesz m'a fait observer qu'en appliquant le procédé ci-dessus une fois de plus et en remplaçant les carrés par des cercles, on peut étendre le théorème A aux fonctions subharmoniques générales qu'il a étudiées, et qui ne sont assujetties qu'à la condition d'être semi-continues supérieurement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Résolution algorithmique du problème de Poincaré pour systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.* Note de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note précédente ([1]), nous avons établi la résolution algorithmique du problème de Poincaré pour systèmes d'équations différentielles linéaires *à intégrales régulières.* Considérons maintenant un système *à coefficients rationnels arbitraires*, qui se réduit toujours à un système de la forme

$$\frac{dY}{dx}=\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=1}^{s}\frac{YU_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}, \tag{1}$$

aux singularités, en général, irrégulières $a_1, a_2, \ldots, a_m$, les coefficients des *ms* substitutions différentielles $U_j^{(r)}$ étant indépendants de x. En se servant des mêmes méthodes que dans le cas des systèmes à intégrales régulières, on démontre que la matrice intégrale $Y(x)$ du système (1) se réduisant à I pour $x=b$, les « substitutions intégrales » V_j qu'elle subit quand la variable x décrit des circuits entourant respectivement les points a_j, et les « substitutions exposantes » W_j présentées, à multiplicateur $(2\pi i)^{-1}$ près, par les déterminations convenables des logarithmes des substitutions intégrales, *sont des fonctions entières des substitutions différentielles.* Désignons, comme toujours, par $L_b(a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_\nu} | x)$ et $P_b^{j'}(a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_\nu})$ les hyperlogarithmes et les paramètres de la configuration $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ([1]). On sait ([2]) qu'il existe un système aux singularités régulières

$$\frac{dZ}{dx}=\sum_{j=1}^{m}\frac{ZT_j}{x-a_j}, \tag{2}$$

dont la matrice intégrale

$$Z(x)=I+\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{j_1 j_2\ldots j_\nu}^{(1,2,\ldots,m)} T_{j_1}T_{j_2}\ldots T_{j_\nu}L_b(a_{j_1}a_{j_2}\ldots a_{j_\nu}|x) \tag{3}$$

admet les mêmes substitutions exposantes W_j et, par conséquent, les mêmes substitutions intégrales V_j, les substitutions T_j étant d'ailleurs les fonctions

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 439.
([2]) Voir notre Note : *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1181.

entières des substitutions W_j et, par suite, des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$. Il en résulte que les substitutions intégrales cherchées de la matrice $Y(x)$ sont présentées par les développements entiers

$$(4) \qquad V_j = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 j_2 \ldots j_\nu}^{(1, 2, \ldots, m)} T_{j_1} T_{j_2} \ldots T_{j_\nu} P_b^{(j)}(a_{j_1} a_{j_2} \ldots a_{j_\nu})$$

et que la matrice

$$Z(x)^{-1} Y(x) = G(x)$$

est uniforme en x. Outre cela, elle est évidemment une fonction entière des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$. Il ne reste qu'à établir les coefficients des développements entiers :

$$(5) \qquad T_j = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 j_2 \ldots j_\nu}^{(1, 2 \ldots m)} \sum_{r_1 r_2 \ldots r_\nu}^{(1, 2 \ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)} U_{j_2}^{(r_2)} \ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} B_b^{(j)}(a_{j_1}^{(r_1)} a_{j_2}^{(r_2)} \ldots a_{j_\nu}^{(r_\nu)}),$$

$$(6) \qquad G(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 j_2 \ldots j_\nu}^{(1, 2 \ldots m)} \sum_{r_1 r_2 \ldots r_\nu}^{(1, 2 \ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)} U_{j_2}^{(r_2)} \ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} A_b(a_{j_1}^{(r_1)} a_{j_2}^{(r_2)} \ldots a_{j_\nu}^{(r_\nu)} \mid x).$$

On démontre, que ces coefficients sont les *fonctions rationnelles* de x, $a_1, a_2, \ldots, a_m, b$, définies par les relations de récurrence :

$$B_b^{(j)}(a_{j_1}^{(r_1)}) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(a_j)} \frac{dx}{(x - a_{j_1})^{r_1}}; \quad A_b(a_j^{(r_1)} \mid x) = \int_b^x \left[\frac{1}{(x - a_{j_1})^{r_1}} - \sum_{h=1}^{m} \frac{B_b^{(h)}[a_{j_1}^{(r_1)}]}{x - a_h} \right] dx,$$

$$B_b^{(j)}(a_{j_1}^{(r_1)}, a_{j_2}^{(r_2)}, \ldots, a_{j_\nu}^{(r_\nu)})$$
$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{(a)} \left[\frac{A_b(a_{j_1}^{(r_1)}, \ldots, a_{j_{\nu-1}}^{(r_{\nu-1})} \mid x)}{(x - h_{j_\nu})^{r_\nu}} \right.$$
$$\left. - \sum_{h=1}^{m} \sum_{\varkappa=\nu-1}^{1} \frac{1}{x - a_h} B_b^{(h)}(a_{j_1}^{(r_1)}, \ldots, a_{j_\varkappa}^{(r_\varkappa)}) A_b(a_{j_{\varkappa+1}}^{(r_{\varkappa+1})}, \ldots, a_{i_\nu}^{(r_\nu)} \mid x) \right] dx,$$

$$A_b(a_{j_1}^{(r_1)}, a_{j_2}^{(r_2)}, \ldots, a_{j_\nu}^{r(\nu)} \mid x)$$
$$= \int_b^x \left\{ \frac{A_b(a_{j_1}^{(r_1)}, \ldots, a_{j_{\nu-1}}^{(r_{\nu-1})} \mid x)}{(x - a_{j_\nu})^{r_\nu}} \right.$$
$$- \sum_{h=1}^{m} \frac{1}{x - a_h} \left[B_b^{(h)}(a_{j_1}^{(r_1)}, a_{j_2}^{(r_2)}, \ldots, a_{j_\nu}^{(r_\nu)}) \right.$$
$$\left.\left. + \sum_{\varkappa=\nu-1}^{1} B_b^{(h)}(a_{j_1}^{(r_1)} \ldots a_{j_\varkappa}^{(r_\varkappa)}) A_b(a_{j_{\varkappa+1}}^{(r_{\varkappa+1})} \ldots a_{j_\nu}^{(r_\nu)} \mid x) \right] \right\} dx;$$

(a_j) étant un petit cercle, contournant le point a_j. Nous arrivons ainsi à une *représentation remarquable de la matrice intégrale irrégulière du système* (1) *sous forme d'une composition*

$$Y(x) = Z(x)\,G(x), \tag{7}$$

de la matrice intégrale (3) *du système auxiliaire* (2), *aux singularités régulières, et de la matrice* (6), *formée par les fonctions analytiques uniformes en* x, *les coefficients de tous les développements du côté droit se calculant à l'aide d'hyperlogarithmes et d'opérations rationnelles*. Les développements (3), (4), (5), (6) sont valables pour toutes valeurs finies des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$ et dans chaque domaine fini du plan de la variable x, ou de la surface riemannienne correspondante, ne contenant à l'intérieur et sur le contour aucun des points $a_1, a_2, \ldots, a_m$. Par conséquent, les relations (7) et (4) mettent complètement en évidence la nature des intégrales irrégulières dans tout le domaine de leur existence et donnent la résolution algorithmique du problème de Poincaré pour les systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rôle de la transformation de Laplace dans l'intégration d'une classe de problèmes mixtes du type hyperbolique et sur les développements en séries d'un couple de fonctions arbitraires.* Note de M. **Michel Plancherel**, présentée par M. Hadamard.

Dans le Tome 15 (1916) des *Proc. Lond. Math. Soc.*, M. Bromwich a été conduit à énoncer sur l'intégration d'une certaine classe de problèmes aux limites des propositions dont la démonstration n'a pas encore été donnée. Les considérations suivantes en donnent une démonstration rigoureuse.

Problème I. — *Intégrer dans le domaine* $0 \leqq x \leqq 1$, $t \geqq 0$ *l'équation*

$$a(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b(x)\frac{\partial u}{\partial t} - L(u) = 0 \tag{1}$$

sous les conditions initiales $u = u_0(x)$, $\dfrac{\partial u}{\partial t} = u_1(x)$, *pour* $t = 0$, *et les conditions aux limites* $U_1(u) = 0$, $U_2(u) = 0$.

Nous supposons que le problème : $L(u) \equiv \dfrac{\partial}{\partial x}\left(p(x)\dfrac{\partial u}{\partial x}\right) + q(x)\,u = 0$, $U_1(u) = U_2(u) = 0$, est adjoint à lui-même, que les conditions aux limites sont indépendantes de t, que $a(x) > 0$, $p(x) > 0$, que a, b, p, q, u_0, u_1 ont des dérivées secondes continues et que u_0'' est à variation bornée.

PROBLÈME II. — λ *désignant un paramètre complexe, intégrer dans le domaine* $0 \leq x \leq 1$, *sous les conditions aux limites* $U_1(v) = U_2(v) = 0$ *l'équation*

$$(a\lambda^2 + b\lambda)v - L(v) = (a\lambda + b)u_0 + au_2. \tag{2}$$

THÉORÈME. — *La solution du problème I existe; elle est reliée à celle du problème II par les formules* (transformation de Laplace)

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} e^{\lambda t} v(x, \lambda)\, d\lambda, \qquad v(x, \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} u(x, t)\, dt. \tag{3}$$

On suppose que $t \geq 0$ et que α est un nombre positif assez grand pour que toutes les valeurs fondamentales λ_k du problème homogène III correspondant à II aient leur partie réelle inférieure à α. (On pourrait prendre $\alpha > \max |b| : \min. a$.)

La démonstration repose sur l'étude de la valeur asymptotique de la fonction de Green $\mathcal{G}(x, \xi; \lambda)$ du problème III. Cette étude peut se faire à l'aide des travaux de Birkhoff et de Tamarkin : si nous désignons par D_r ce qui reste du plan du paramètre complexe λ, après qu'on lui a enlevé tous les cercles du rayon r (suffisamment petit) décrits des points λ_k comme centres, on a dans D_r, uniformément en x, ξ,

$$\mathcal{G}(x, \xi; \lambda) = O\left(\frac{1}{\lambda}\right), \qquad \int_0^1 \mathcal{G}(x, \xi; \lambda) f(\xi)\, d\xi = O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right),$$

$f(x)$ étant supposée à variation bornée dans $(0, 1)$. La solution du problème III vérifie la relation

$$v = \frac{u_0}{\lambda} + \frac{u_1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda}\int_0^1 \mathcal{G}(x, \xi; \lambda)\left[L\left(u_0 + \frac{u_1}{\lambda}\right) + bu_1\right] d\xi.$$

On en conclut que, uniformément en x dans $(0, 1)$, on a dans Drz

$$v = \frac{u_0}{\lambda} - \frac{u_1}{\lambda^2} = O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right).$$

Cette estimation permet de définir une fonction $u = \lim\limits_{T=\infty}\int_{\alpha - iT}^{\alpha + iT} ve^{\lambda t}\, dt$, et de vérifier que u est solution du problème I. En exprimant u et $\frac{\partial u}{\partial t}$ comme limites d'intégrales de contour, en utilisant les développements de $\mathcal{G}$ et de v donnés par le calcul des résidus, on trouve pour u et $\frac{\partial u}{\partial t}$ des développe-

ments en séries uniformément convergentes dans le domaine $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq T$, T fini arbitraire. Si $\mathcal{G}$ n'a que des pôles du premier ordre, ces développements sont

$$u = \sum_p A_p \Phi_q(x) e^{\lambda_p t}, \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_p \lambda_p A_p \Phi_p(x) e^{\lambda_p t}$$

$$A_p = \int_0^1 [(a\lambda_p + b) u_0 + b u_1] \Phi_p \, d\xi : \int_0^1 (2a\lambda_p + b) \Phi_p^2 \, d\xi,$$

les Φ_p désignant les fonctions fondamentales du problème III et vérifiant la condition

$$(\lambda_p + \lambda_q) \int_0^1 a \Phi_p \Phi_q \, dx + \int_0^1 b \Phi_p \Phi_q \, dx = 0 \qquad (p \pm q).$$

Pour $t = 0$, les développements précédents donnent u_0 et u_1. *Il est donc possible de développer en séries uniformément convergentes*

$$u_0 = \sum_p A_p \Phi_p(x), \qquad u_1 = \sum_p \lambda_p A_p \Phi_p(x),$$

un couple de fonctions arbitraires (u_0, u_1) *satisfaisant aux conditions de continuité indiquées plus haut ainsi qu'aux conditions aux limites* $U_1 = U_2 = 0$. *L'unicité* de ces développements n'est assurée que pour le couple; elle n'existe pas, en général, pour chaque fonction du couple, même si l'on groupe les termes relatifs aux valeurs fondamentales conjuguées complexes. Dans le cas $b = 0$ on retrouve les développements connus en séries de fonctions orthogonales.

Le cas où $\mathcal{G}$ a des pôles d'ordre supérieur à un ne présente pas de difficultés spéciales; il conduit à des développements où apparaissent pour u des termes en $te^{\lambda_p t}$.

Si dans l'équation (1) figure au second membre une fonction $f(x, t)$, il faut ajouter au second membre de (2) la transformée de Laplace

$$g(x, \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} f(x, t) \, dt.$$

De même, si les conditions aux limites, sans contenir t explicitement, contiennent $\frac{\partial u}{\partial t}$, il y a lieu de remplacer dans les conditions aux limites du problème II le symbole $\frac{\partial}{\partial t}$ par λ en faisant figurer, au second membre, les données initiales.

Les considérations précédentes s'étendent, *mutatis mutandis*, au type parabolique $a = 0$, $b > 0$ ainsi qu'à des équations d'ordre supérieur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation des fonctions presque périodiques* [1]. Note [2] de M. **A. Kovanko**, transmise par M. Émile Borel.

C'est à M. V. Stepanoff qu'appartient la première généralisation des fonctions presque périodiques de M. Bohr.

Nous donnerons une généralisation qui nous semble la plus naturelle après celle de M. Stepanoff.

Soit $f(x) = u(x) + iv(x)$ une fonction mesurable définie presque partout sur $(-\infty < x < +\infty)$.

Définition (A). — Nous disons que $f(x)$ est p. p. (A) au cas suivant :

Soient $\varepsilon > 0$, $d > 0$ et $a \gtrless 0$ trois nombres quelconques. Il est possible de trouver deux nombres $l(d, \varepsilon) > 0$ et $N(\varepsilon) > 0$ tels que chaque intervalle de longueur l contient une presque-période τ, de la propriété suivante :

Soit E_n l'ensemble des points sur $I_n = [a + nd, a + (n+1)d]$, où l'inégalité

$$|f(x+\tau) - f(x)| < \varepsilon \ldots \tag{1}$$

n'a pas lieu.

Soit $2K_n$ le nombre d'intervalles I_n dans $[a - nd, a + nd]$ pour lesquels $\operatorname{Mes} E_n < \varepsilon . d$, alors $\frac{K_n}{n} > 1 - \varepsilon$ pour $n > N$.

Théorème I. — *La somme et le produit de deux fonctions p. p.* (A) *est une fonction p. p.* (A).

Définition (B). — Nous disons que $f(x)$ est p. p. (B) dans le cas suivant :

Soient $\varepsilon > 0$ et $a_0 > 0$ deux nombres quelconques, alors il existe deux nombres $l(\varepsilon, a_0) > 0$ et $\chi_0(\varepsilon, a_0) > 0$ de la propriété suivante :

Sur chaque intervalle de longueur l il existe une presque-période τ telle que

$$\frac{1}{\chi}\int_0^{a+} |f(x+\tau) - f(x)|\, dx < \varepsilon \ldots \quad \text{pour } |a| < a_0 \text{ et } |\chi| > \chi_0. \tag{2}$$

Théorème II. — *La somme de deux fonctions p. p.* (B) *est une fonction p. p.* (B).

Théorème III. — *Chaque fonction p. p.* (B) *est p. p.* (A).

---

(1) Nous écrirons brièvement « p. p. ».

(2) Séance du 30 janvier 1928.

Soit de plus pour la fonction p. p. (B) la condition qu'elle soit uniformément sommable [1].

Nous dirons alors que la fonction $f(x)$ est p. p. (B′).

THÉORÈME IV :

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(\alpha)\, d\alpha = M\{f(x)\}$$

existe.

Corollaire. — $M\{f(x)e^{-i\lambda x}\} = a(\lambda)$ existe.

THÉORÈME V. — *L'ensemble des valeurs $a(\lambda)$ différentes de zéro est dénombrable ou fini; soient a_1, a_2, a_3, ... ces valeurs.*

Définition (C). — Nous dirons que $f(x)$ est p. p. (C) si, quels que soient $\varepsilon > 0$ et $a_0 > 0$, il existe des nombres $e(\varepsilon, a_0) > 0$ et $\chi_0(a_0, \varepsilon) > 0$ tels que dans chaque intervalle de longueur l il existe une presque-période τ de la propriété suivante :

$$(3) \quad \frac{1}{\chi} \int_a^{a+\chi} |f(x+\tau) - f(x)|^2\, dx < \varepsilon \ldots \quad \text{pour} \quad |a| < a_0 \quad \text{et} \quad |\chi| > \chi_0.$$

THÉORÈME VI. — *Toute fonction p. p.* (C) *est p. p.* (B), *donc p. p.* (A).

Si de plus $[f(x)]^2$ est uniformément sommable, alors nous avons une fonction p. p. (C′).

THÉORÈME VII. — *La somme de deux fonctions p. p.* (C′) *est p. p.* (C′).

THÉORÈME VIII. — *Si $f(x)$ est p. p.* (C′), *alors $[f(x)]^2$ est p. p.* (B′); *donc, à cause du théorème IV*, $M\{[f(x)]^2\}$ *existe.*

THÉORÈME IX (*fondamental*) :

$$M\{[f(x)]^2\} = \sum_1^\infty |a_n|^2.$$

Les définitions (B′) et (C′) sont équivalentes aux suivantes :

(B′). $f(x)$ est p. p. (A) et uniformément sommable;

(C′). $f(x)$ est p. p. (A) et $[f(x)]^2$ est uniformément sommable.

La définition (C) est plus large que celle de M. Weyl, mais plus étroite que celle de M. Bézicovitch [2].

---

(1) $\int |f|\, dx < \varepsilon$ quel que soit E [Mes E $< \delta$, D(E) $< d$); d et δ étant des nombres fixes].

(2) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 394.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation de certaines séries divergentes.* Note de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Émile Borel.

A. Une série

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \tag{1}$$

est sommable par la méthode de Cesàro d'ordre α, ou sommable (c, α) avec la somme S, si, en posant

$$A_n^{\alpha} = \binom{n+\alpha}{n}, \qquad S_n^{\alpha} = \sum_{\mu=0}^{n} A_{n-\mu}^{\alpha} a_{\mu} \qquad (\alpha \neq -1, -2, -3, \ldots),$$

la suite $s_n^{\alpha} = \frac{S_n^{\alpha}}{A_n^{\alpha}}$ converge vers S.

Dans cette Note nous établissons des critères très généraux qui permettent de décider si une série est sommable par cette méthode. Soit

$$\Delta a_i = a_i - a_{i+1}, \qquad \Delta^2 a_i = \Delta a_i - \Delta a_{i+1}, \qquad \ldots$$

les différences des nombres $a_0, a_1, a_2, \ldots$. On a le théorème suivant :

I. *Si pour une valeur donnée de $x = e^{i\varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$, l'une des séries*

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \tag{2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \Delta^k a_n x^n, \qquad a_n = o(n^{\delta}), \qquad \delta \geqq 0 \tag{3}$$

est sommable (c, δ), l'autre l'est aussi pour le même x.

En effet, de l'identité

$$(x-1)^k \sum_{\mu=0}^{n} a_{\mu} x^{\mu} = x^k \sum_{\mu=0}^{n-k} \Delta^k a_{\mu} x^{\mu} + B_k + \sum_{\mu=0}^{k-1} \alpha_{\mu} a_{n-\mu} x^{n-\mu}, \tag{4}$$

où $B_k, \alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_{k-1}$ ne dépendent pas de n, on obtient

$$(x-1)^k S_n^{\alpha} = x^k T_{n-k}^{\alpha} + B_k A_n^{\alpha} + \sum_{i=0}^{k-1} (\mu_i S_{n-i}^{\alpha-1} + \tau_i A_{n-i}^{\alpha-1}), \tag{5}$$

où S_n^{α}, T_n^{α} désignent les sommes $\sum_{\mu=0}^{n} A_{n-\mu}^{\alpha} a_{\mu} x^{\mu}$ et $\sum_{\mu=0}^{n} A_{n-\mu}^{\alpha} \Delta^k a_{\mu} x^{\mu}$, et μ_i, τ_i sont

indépendants de n. Dans la suite nous ferons usage du lemme connu [1] : Si la série (1) est sommable (C, α), $\alpha > -1$, on a $S_n^\beta = o(n^\alpha)$, $-1 \leqq \beta < \alpha$. Supposons que la série (2) est sommable (C, δ) pour une valeur de x, telle que $|x| = 1$, $x \neq 1$. Alors du (5) pour $\alpha = \delta$, on conclut que (3) est aussi sommable (C, δ). Supposons au contraire que la série (3) est sommable (C, δ) et soit g le plus grand nombre entier contenu dans δ. Du lemme cité on a $T_n^\beta = o(n^\delta)$, pour $\beta < \delta$, après quoi de (4) on conclut que si $\delta > 0$, on a $S_n = o(n^\delta)$ et que la série (2) converge dans le cas $\delta = 0$. Donc dans le cas $\delta > 0$ on a $S_n^{\delta-g-1} = o(n^\delta)$. L'identité (5) donne ensuite pour $\alpha = \delta - g$, $\delta - g + 1, \ldots, \delta - 1$, au fur et à mesure, $S_n^{\delta-g} = o(n^\delta)$, $S_n^{\delta-g+1} = o(n^\delta)$, ..., $S_n^{\delta-1} = o(n^\delta)$, d'où enfin pour $\alpha = \delta$ on obtient

$$(x-1)^k \lim_{n=\infty} \frac{S_n^\delta}{A_n^\delta} = x^k \lim_{n=\infty} \frac{T_n^\delta}{A_n^\delta} + B_k,$$

ce qui montre que la série (2) est sommable (C, δ).

De cette démonstration on voit que si l'une des séries 2° et 3° est uniformément sommable (C, δ) pour $|x| = 1$, $|x-1| > \varepsilon > 0$, l'autre le sera aussi. De même si $a_n = o(n^\delta)$, et si l'une des séries 2° et 3° est bornée (C, δ) pour $|x| = 1$, $x \neq 1$, l'autre le sera aussi. Du théorème I on obtient immédiatement les propositions suivantes : *a*. Si la série 3° est sommable (C, m) pour un $x = e^{i\varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$, m entier, la série 2° sera sommable (C, $k+m$), et *b*. *Soit* $\varphi(x)$ *une fonction continue et supposons qu'elle admette pour* $x \geqq a$ *une dérivée d'un ordre* m *telle que l'intégrale* $\int_a^\infty |\varphi^{(m)}(x)| dx$ *est convergente et de plus que* $\varphi(x) = o(x^\delta)$, $\delta \geqq 0$. *La série* $\sum_{n=0}^\infty \varphi(n) Z^n$ *est uniformément sommable* (C, δ) *pour* $|Z| = 1$, $|Z-1| > \varepsilon > 0$. On obtient comme cas particulier pour $\delta = 0$, $Z = -1$ un théorème de M. Nörlund [2]. Comme application du théorème *b*, on peut citer les exemples suivants :

1° La série $\sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-1}}{n^s} = (1 - 2^{1-s}) \zeta(s)$ a $-k$, $k \geqq 0$, comme abscisse de sommabilité (C, k), ce qui a été établi par MM. Bohr et Schapman.

---

(1) M. Riesz, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 1651-1654.

(2) E. Nörlund, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 506-509, et *Acta mathematica*, 44, 1922, p. 71-212.

2° La série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n e^{in^\alpha}}{(n+\gamma)^\beta}$, $\alpha < 1$, $\gamma \neq -1, -2, \ldots$ est uniformément sommable $(C, \delta + \varepsilon)$ pour $|x| = 1$, $|x - 1| > \eta > 0$, $\varepsilon > 0$, si $R(\beta) = -\delta$, $\delta \geqq 0$, etc.

B. *Les séries de la Mécanique céleste.* — L'équation de Képler

$$u - e \sin u = M,$$

introduite dans la Mécanique céleste des séries suivant les puissances de l'excentricité. En nous basant sur les résultats de M. Charlier [1] nous avons obtenu que ces séries sont sommables par la méthode $\int_0^\infty e^{-a} u(a)\, da$ de M. Borel dès que $e \leqq 0{,}893$.

MÉCANIQUE. — *Sur les analogies gyroscopiques de l'électricité : appareils gyroscopiques asynchrones et application à la théorie du gyroscope à mouvement continu ou à mouvement alternatif.* Note [2] de M. **Bernard Salomon**, présentée par M. Mesnager.

1. Dans une Note antérieure [3], nous indiquions des analogies gyroscopiques des machines électriques *synchrones* et énoncions l'existence d'analogies du même genre pour les machines *asynchrones*.

La présente Note concerne ce dernier cas.

Un cadre AB, représenté rabattu sur le plan de la figure (en traits mixtes), et qui lui est, en réalité, perpendiculaire, peut osciller autour de l'axe a, perpendiculaire au plan de la figure, et porte des paliers pour un axe b, perpendiculaire à a, et autour duquel peut osciller un cadre BC, portant des paliers pour un axe c, perpendiculaire à b, et dont la position moyenne est perpendiculaire à a. L'axe c est solidaire des cadres C_1D_1 et C_2D_2, portant des gyroscopes G_1 et G_2, d'axes d_1 et d_2, perpendiculaires à c et perpendiculaires entre eux et de même moment d'inertie C.

Ces gyroscopes *ne sont pas entretenus, mais freinés dans leurs paliers* par des couples résistants proportionnels aux vitesses φ'_1 et φ'_2, de rotation propre : $-R\varphi'_1$ et $-R\varphi'_2$, R étant une constante positive.

---

(1) Charlier, *Die Mechanik des Himmels*, 2, 1907, p. 271.

(2) Séance du 30 janvier 1928.

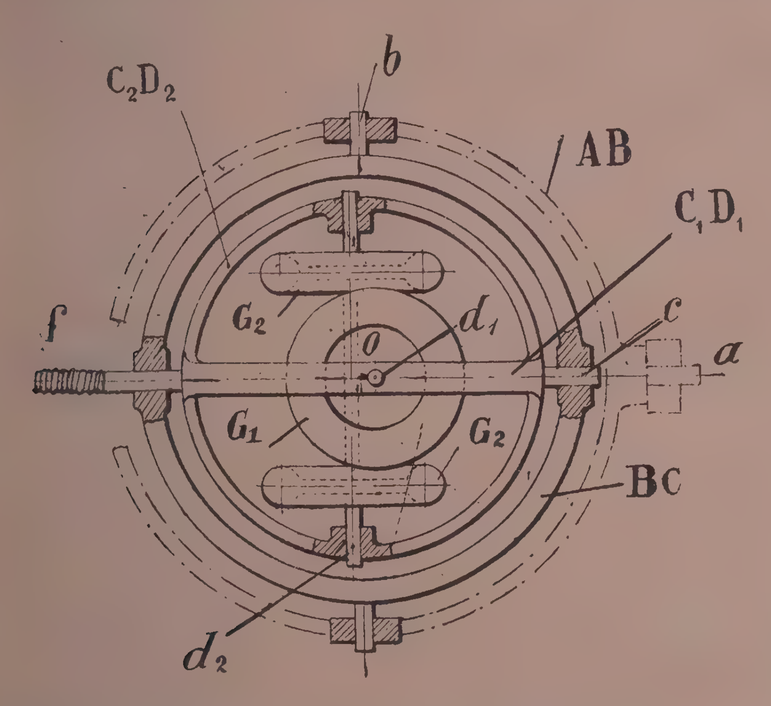
(3) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 661.

On communique aux cadres BC et AB les vitesses d'oscillations de faible amplitude

$$\psi' = u'_{\max} \sin \omega t, \qquad \alpha' = u'_{\max} \cos \omega t.$$

autour des axes b et a.

L'appareil démarre de lui-même et l'axe c prend une vitesse angulaire ω_1 que nous supposerons uniforme (avec $\omega_1 \leq \omega$):



Les vitesses de rotation alternatives des gyroscopes sont

$$\varphi'_1 = -\varphi'_{\max} \cos[(\omega - \omega_1)t - p - \lambda],$$
$$\varphi'_2 = -\varphi'_{\max} \sin[(\omega - \omega_1)t - p - \lambda],$$

p étant une constante, avec

$$\varphi'_{\max} = \frac{C u'_{\max}(\omega - \omega_1)}{\sqrt{C^2(\omega - \omega_1)^2 + R^2}}, \qquad \operatorname{tang} \lambda = \frac{C(\omega - \omega_1)}{R}.$$

Le couple moteur, nul au synchronisme, est

$$C_m = (C u'_{\max})^2 (\omega - \omega_1) \frac{\cos^2 \lambda}{R},$$

et serait

$$C_m = \frac{m}{2}(C u'_{max})^2(\omega - \omega_1)\frac{\cos^2\lambda}{R},$$

si le rotor comportait m gyroscopes au lieu de deux.

L'analogie est complète avec l'électrotechnique, suivant la correspondance :

Vitesses d'oscillation des cadres AB et BC → Intensités statoriques.
Nombre de gyroscopes → Nombre de bobines du rotor.
Vitesses d'oscillation des gyroscopes → Intensités rotoriques.
Moment cinétique $C u'_{max}$ → Flux maximum à travers une bobine du rotor.
Coefficient R → Résistance ohmique d'une bobine du rotor.
Décalage λ → Décalage rotorique de self-induction.

L'appareil est un moteur gyroscopique asynchrone polyphasé *transformant en mouvement circulaire continu de vitesse variable* ω_1 *des mouvements d'oscillation polyphasés de pulsation constante* ω *et d'amplitude variable.*

Les cadres AB et BC constituent le stator, et leurs oscillations, diphasées, créent *la rotation d'un vecteur-rotation*, rotation qui correspond à celle d'un champ.

La perte relative de puissance dans le freinage des gyroscopes est égale au glissement.

2. *La génératrice gyroscopique asynchrone d'oscillations.* — Une vitesse angulaire uniforme ω_1 supérieure à ω est communiquée à l'axe c par le flexible f, et des oscillations de pulsation ω aux cadres AB et BC. Le couple, sur l'axe c, devient résistant et l'énergie fournie sur cet axe entretient les oscillations des cadres AB et BC à la pulsation ω, qui correspond à celle d'un réseau électrique.

Ainsi *un système de gyroscopes freinés peut constituer un générateur asynchrone d'oscillations avec transformation d'énergie, mais il faut que la pulsation* ω (*inférieure à* ω_1) *soit donnée par ailleurs.*

3. *Application des analogies électriques à la théorie du gyroscope.* — L'électrotechnique suggère, dès lors, des séries de problèmes gyroscopiques, dont la solution, par elle éclairée, fournit des séries de propriétés systématisées du gyroscope à rotation *continue* ou à rotation *alternative.*

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le problème des trois corps avec chocs successifs d'un corps avec les deux autres.* Note de M. **Kiveliovitch**, présentée par M. Hadamard.

Soient trois corps p_0, p et p' avec les masses m_0, m et m'.

Rapportons le mouvement au corps p_0 et soient (x_i, p_i) et (x'_i, p'_i) les éléments canoniques.

Faisons la transformation de Sundman $U\,dt = du$ (U est la fonction des forces) et considérons la transformation canonique de Levi-Cività :

$$x_i = \xi_i\,\omega^2 - 2\,\omega_i \sum_1^3 \xi_j\,\omega_j; \qquad p_i = \frac{\omega_i}{\omega_2}$$

$$x'_i = \xi'_i\,\omega'^2 - 2\,\omega'_i \sum_1^3 \xi'_j\,\omega'_j; \qquad p'_i = \frac{\omega'_i}{\omega'^2} \qquad \text{(pour } t=0\,;\ u=0).$$

On obtient un système canonique

$$\text{(I)} \qquad \frac{d\xi_i}{du} = \frac{\partial H}{\partial \omega_i}, \qquad \frac{d\omega_i}{du} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_i}, \qquad \frac{d\xi'_i}{du} = \frac{\partial H}{\partial \omega'_i}, \qquad \frac{d\omega'_i}{du} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_i} \qquad (i = 1, 2, 3);$$

$$\text{(II)} \qquad H = \frac{\xi\xi'[\mu\omega'^2 + \mu'\omega^2 + 2\mu_0 \Sigma\,\omega_i\omega'_i - E\,\omega^2\omega'^2]}{\alpha'\xi\omega^2 + \alpha\xi'\omega'^2 + \alpha''\dfrac{\xi\omega^2\xi'\omega'^2}{\Delta}} - 1 = 0$$

(E est la constante des forces vives ayant une valeur fixée d'avance, Δ la distance pp' et μ, μ', μ_0, α, α', α'' sont des fonctions des masses).

Supposons que la constante des aires $a \neq 0$ soit différente de zéro et que ξ et ξ' soient bornés; on s'aperçoit facilement que les seuls points singuliers sont les chocs $p_0\,p$ et $p_0\,p'$, qui sont régularisés par la transformation.

Si l'on développe les équations du mouvement (I) en utilisant l'intégrale (II), on trouve pour $\frac{d\omega}{du}$ et $\frac{d\omega'}{du}$ les valeurs suivantes :

$$\text{(III)} \qquad \frac{d\omega}{du} = \xi'\omega'^2 A \qquad \text{et} \qquad \frac{d\omega'}{du} = \xi\omega^2 B.$$

Supposons que pour $t = 0$, $u = 0$ on ait un choc $p_0 p$, c'est-à-dire $\omega = 0$, $\xi \neq 0$. Comme ω est une fonction positive, elle croît à partir du moment $u = 0$ $\frac{d\omega}{du} > 0$ jusqu'à un certain maximum pour lequel $\frac{d\omega}{du} = 0$. Mais $\frac{d\omega}{du}$ tend vers zéro si : 1° A tend vers zéro ou 2° $\xi'\omega'^2$ tend vers zéro, c'est-à-dire

si la distance $p_0 p' = 0$. On peut donc choisir parmi l'infinité des trajectoires à choc simple une trajectoire qui après avoir passé par un choc $p_0 p$ aboutit pour un temps $u = u_1$, convenablement choisi, à un choc $p_0 p'$.

Une fois arrivé au deuxième choc $p_0 p'$ on peut raisonner de la même manière sur l'équation différentielle $\frac{d\omega'}{du}$ et l'on trouvera qu'on peut choisir une trajectoire, laquelle aboutit, à nouveau, pour un temps $u = u_1$ convenablement choisi, à un choc $p_0 p$, etc. On aura de cette manière une orbite périodique.

Si l'on part d'un point initial régulier M, on sait qu'il faut deux conditions pour qu'un choc $p_0 p$ ait lieu; de même, il faut deux conditions pour un choc $p_0 p'$. On peut démontrer : 1° que ces quatre conditions sont indépendantes; 2° deux de ces conditions indiquent que le mouvement est plan.

On peut donc réduire le mouvement à un système du second ordre.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le potentiel-vecteur électrique à cinq composantes.* Note (1) de M. **Julien Pacotte**, présentée par M. Hadamard.

Les équations du champ physique à cinq dimensions, envisagé d'abord par Kaluza, admettent nécessairement le groupe continu général. Mais, pour les construire, on a introduit implicitement une autre condition : on a supposé que la cylindricité, — qui permet la décomposition du tenseur de métricité en un tenseur et un vecteur de l'espace-temps, — ne réduit pas leur forme. J'indique ici, pour le champ à cinq dimensions, des équations plus générales qui se réduisent, si le champ est cylindrique, aux équations que l'on a proposées. Le point de départ de notre généralisation est l'introduction, dans toutes les équations, d'un vecteur à cinq composantes, le potentiel-vecteur électrique généralisé.

Reprenons d'abord, en adoptant des notations propres à notre sujet, la condition de cylindricité indiquée par Kaluza et précisée par O. Klein et Einstein. Nous supposerons la congruence de cylindricité définie par le vecteur $\overset{5}{\Phi}$; la condition est donc exprimée par les équations

$$\Phi_{\alpha\beta} + \Phi_{\beta\alpha} = 0 \quad \text{(dérivées covariantes antisymétriques),}$$

(1) Séance du 30 janvier 1928.

auxquelles il faut joindre (cylindricité restreinte d'Einstein)

$$\mathrm{long}^2 \Phi = \text{const.}$$

Pour un choix convenable des coordonnées x^5,

$$(1) \qquad \Phi^a = 0, \qquad \Phi^5 = \text{const.}, \qquad \overset{5}{ds^2} = \overset{4}{ds^2} + \frac{\varepsilon}{(\Phi_5)^2} \Sigma^2 \overset{5}{\Phi}_\alpha \, dx^\alpha,$$

les coefficients de la forme ne dépendant pas de x^5 et ε désignant la constante γ_{55} ; en fait, on a alors

$$(2) \qquad \begin{cases} \overset{5}{\Phi}_a = \overset{4}{\Phi}_a = i \dfrac{2\pi}{h} \dfrac{e}{c} \varphi_a = ik\varphi_a, \qquad \overset{5}{\Phi}_5 = \text{const.} \\ (\varphi, \text{ potentiel-vecteur proprement dit}). \end{cases}$$

A la condition de cylindricité, on associe toujours la condition des ondes harmoniques suivant Φ

$$(3) \qquad \overset{5}{\psi} = \overset{4}{\psi} e^{\omega x^5} \qquad \text{avec } \omega = -\overset{5}{\Phi}_5 \text{ purement imaginaire.}$$

Dans la conception de Kaluza et ses successeurs, $\overset{5}{\Phi}$ n'est pas envisagé ou, si l'on préfère, il est défini par la cylindricité de $\overset{5}{E}$; pour nous, $\overset{5}{\Phi}$ est, au contraire, un champ vectoriel de $\overset{5}{E}$ quelconque et l'on n'a pas, en général, les relations (2). Nous appellerons toujours $\overset{5}{\Phi}$ un potentiel électrique.

Les ondes de de Broglie, dans un champ électrogravifique, satisfont à l'équation

$$(4) \qquad \square \overset{4}{\psi} + 2\Phi^\alpha \psi_\alpha + \left(\mathrm{long}^2 \Phi + \mathrm{div}\, \overset{4}{\Phi} + K\right) \overset{4}{\psi} = 0.$$

On sait que, sous les conditions (1) et (3), cette équation découle de l'équation de de Broglie

$$(5) \qquad \square \overset{5}{\psi} + \left(K - \mathrm{long}^2 \overset{5}{\Phi}\right) \overset{5}{\psi} = 0 :$$

nous voulons d'abord faire observer que, sous les mêmes conditions, l'équation (5), donc aussi l'équation (4), découlent de l'équation

$$(6) \qquad \square \overset{5}{\psi} + 2 \overset{5}{\Phi}{}^\alpha \overset{5}{\psi}_\alpha + \left(\mathrm{long}^2 \overset{5}{\Phi} + \mathrm{div}\, \overset{5}{\Phi} + K\right) \overset{5}{\psi} = 0,$$

identique, sauf l'ordre 5, à l'équation (4).

L'équation (6) peut être déduite d'une équation variationnelle. Il suffit de reprendre, pour $n = 5$, l'équation déjà proposée pour $n = 4$. La fonction de Lagrange, devant l'élément de volume, s'écrit dans les deux cas

$$L_m = \gamma^{\alpha\beta} (\psi_\alpha + \Phi_\alpha \psi)(\overline{\psi}_\beta - \Phi_\beta \overline{\psi}).$$

Sous les conditions (1) et (3), on a

$$\overset{5}{\mathrm{L}}_m = \overset{4}{\mathrm{L}}_m.$$

Introduisons maintenant, dans $\overset{5}{\mathrm{L}}$, un terme $\overset{5}{\mathrm{L}}_e$, analogue au terme de Maxwell,

$$\overset{5}{\mathrm{L}}_e = \frac{1}{4} \mathrm{H}^{\alpha\beta} \mathrm{H}_{\alpha\beta} = \frac{1}{4} \gamma^{\mu\alpha} \gamma^{\nu\beta} \mathrm{H}_{\mu\nu} \mathrm{H}_{\alpha\beta}, \qquad \mathrm{H}_{\alpha\beta} = \frac{\partial \overset{5}{\Phi}_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \overset{5}{\Phi}_\alpha}{\partial x^\beta};$$

la variation des $\overset{5}{\Phi}_\alpha$ conduira aux équations d'un courant $\overset{5}{s}{}^\alpha$:

$$\sqrt{\gamma} [\gamma^{\alpha\beta} (\bar{\psi} \psi_\beta - \psi \bar{\psi}_\beta) + 2 \Phi^\alpha \psi \bar{\psi}] = \frac{\partial}{\partial x^\beta} (\sqrt{\gamma} \gamma^{\mu\alpha} \gamma^{\nu\beta} \mathrm{H}_{\mu\nu}) = -4 \pi i k s^\alpha \sqrt{\gamma}.$$

Ici encore, sous les conditions (1) et (3), les deux membres des équations pour $n = 5$ se réduisent finalement $\left(\text{sauf } \overset{4}{\gamma}\varepsilon \text{ au lieu de } \overset{4}{\gamma}\right)$ aux deux membres des équations pareilles pour $n = 4$, données (sans gravitation) par Schrödinger. En particulier,

$$\overset{5}{\gamma}{}^{\alpha\beta} (\bar{\psi} \psi_\beta \overset{5}{-} \psi \bar{\psi}_\beta) = \overset{4}{\gamma}{}^{ab} (\bar{\psi} \psi_b \overset{4}{-} \psi \bar{\psi}_b) + 2 \overset{4}{\Phi}{}^a \psi \bar{\psi} \qquad (b < 5);$$

on a donc, pour $\overset{5}{\mathrm{E}}$ cylindrique, $\overset{5}{s}{}^\alpha = \overset{4}{s}{}^\alpha$; du reste, $\overset{5}{s}_5 = 0$: $\overset{5}{s}$ est, par suite, normal à $\overset{5}{\Phi}$. Pour E quelconque, $\overset{5}{s}$ est une généralisation du courant de Gordon $\overset{4}{s}$.

Ajoutons enfin à l'action le terme de courbure $\mathrm{L}_r = \eta \overset{5}{\mathrm{R}}$; la variation des $\overset{5}{\gamma}_{\alpha\beta}$ donnera les équations du champ métrique. Pour les écrire il suffit, d'après ce qui précède, de reprendre les équations du champ espace-temps et d'y faire $n = 5$.

En résumé, si l'on construit, pour $\overset{5}{\mathrm{E}}$, une fonction de Lagrange

$$\overset{5}{\mathrm{L}} = \mathrm{L}_m + \mathrm{L}_e + \mathrm{L}_r$$

identique, sauf l'ordre $n = 5$, à $\overset{4}{\mathrm{L}}$, on obtient des équations aux variations se réduisant, sous les conditions (1) et (3), aux équations ordinaires du champ espace-temps, équation des ondes, expression du courant de Gordon, équations des champs électrique et gravifique.

PHOTOCHIMIE. — *Action photolytique, sur le saccharose pur, des radiations totales ou filtrées de l'arc au mercure.* Note de MM. **A. Andant** et **E. Rousseau**, présentée par M. L. Guignard.

On a attribué aux rayons ultraviolets une action photochimique spécifique sur de nombreux composés minéraux et organiques, bien que ceux-ci aient été irradiés, dans la plupart des cas, par les radiations totales d'un arc au mercure ou d'un arc métallique.

L'interprétation des phénomènes observés, dans ces conditions, nous a conduits à rechercher l'effet qui revient aux trois groupes de radiations : infrarouges, visibles, ultraviolettes. Nous donnons ici les premiers résultats d'un ensemble d'études sur l'action propre de ces groupes sur une solution de saccharose. Celle-ci, préparée au moment même de son irradiation, est répartie à la dose de 50^{cm^3} dans des capsules (90^{mm}), recouverte d'une égale épaisseur d'huile d'olives, et refroidie, pendant l'irradiation, par un courant d'eau à $+15°$. Les écrans filtrants, obligeamment fournis par la maison Appert, sont posés sur les capsules par l'intermédiaire d'une couronne de carton, qui forme joint hermétique. L'irradiation est faite avec un brûleur (110 volts, 2,5 ampères) dont l'arc éclate à 270^{mm} de la surface du liquide.

La solution irradiée se compose de :

Saccharose pur..........	5^g
Solution SO^4Mg........	$5,5 / 10 — 1^{cm^3}$
Acide sulfurique pur......	1^{cm^3}
Eau bidistillée......q. s.	100^{cm^3}

La présence des résonateurs accélère la vitesse de l'hydrolyse du glucide. Après chaque période horaire d'irradiation, un prélèvement de 5^{cm^3} de liqueur permet de doser aussitôt le glucose par la méthode de Grimbert, avec un réactif cuprique à base de CO^3K^2 et d'acide lactique ([1]).

Les écrans employés présentent les constantes optiques suivantes :

Écran de Wood : Ne laisse passer que la raie 3650 du mercure, sans aucune raie voisine. Des mesures, à la pile thermo-électrique, montrent que la radiation transmise est affaiblie de 60 pour 100. L'écran ne transmet pas d'infrarouge au delà de 1^{μ}. — *Écran n° 825 :* Absorbe le visible et l'ultraviolet du mercure. Les mesures à la pile thermo-électrique montrent que 80 pour 100 d'infrarouge sont transmis entre $0^{\mu},5$ et 3^{μ}. — *Huile d'olives*

([1]) Fontès et Thivolle, *Soc. Chim. Biol.*, 9, 1927, p. 383.

(2^{mm} d'épaisseur) : Le visible et l'ultraviolet du mercure passent, jusqu'à la raie 3130. L'infrarouge, autour de 1$^{\mu}$ passe sans affaiblissement sensible. Nos résultats photolytiques, consignés dans le tableau suivant, sont exprimés en milligrammes de cuivre réduit pour 100$^{cm^3}$ de liqueur de Fehling :

Durée d'irradiation.	A. Pas d'écran. Pas d'huile.	B. Pas d'écran. Huile.	C. Écran 825. Huile.	D. Écran Wood. Huile.	E. Hydrolyse à l'obscurité.
1 heure	177,5	177,7	121,8	121,8	71,5
2 heures	228,5	215,8	203	196,2	142,3
3 heures	355,5	317,4	274,3	261,9	258
4 heures	371,5	457,1	345,3	343,4	302,5

La température des liquides, entre 1^{h} et 4^{h}, a varié de 1°, même pour ceux dont l'hydrolyse a été faite à l'obscurité sous huile.

Pour comparer ces chiffres, il faut les ramener à ce qu'ils seraient, en réalité, si les radiations étaient séparées, sans être affaiblies par les écrans. Ceci est possible dans une certaine mesure, en utilisant les coefficients d'absorption déterminés avec la pile thermo-électrique. Or, les résultats que nous avons obtenus avec l'écran 825 représentent 80 pour 100 de ceux que donnerait le groupe infrarouge, isolé, sans écran; de même ceux, avec l'écran de Wood, correspondent à 40 pour 100 de ceux que donnerait la raie 3650, isolée, sans écran. Tenant compte de ces majorations, on obtient ces nombres :

Durée d'irradiation.	A. Pas d'écran. Pas d'huile.	B. Pas d'écran. Huile.	C. Écran 825. Huile.	D. Écran Wood. Huile.	E. Hydrolyse à l'obscurité.
1 heure	177,7	177,7	152,3	304,6	71,5
2 heures	228,5	215,8	253,9	490,5	142,3
3 heures	355,5	317,4	342,5	654,8	258
4 heures	571,5	457,1	431,7	868,5	303,5

Dès lors, on voit apparaître l'effet photolytique propre des radiations infrarouges dont l'ordre des grandeurs est voisin de celui des radiations totales émises par l'arc nu (A). L'effet photolytique de la radiation pure 3650 (D), d'autre part, est considérable. Enfin, si ces deux séries de radiations agissent ensemble, l'effet photolytique qui en résulte (A ou B) est nettement diminué et inférieur à celui de la radiation pure 3650 (D).

Ainsi se précisent davantage [1] *l'action d'antagonisme* des radiations de longueurs d'onde différentes et la nécessité de filtrer ou de séparer, au moins par groupes, les radiations de l'arc au mercure pour étudier leurs applications biologiques, thérapeutiques, ou leurs effets photochimiques.

---

[1] Andant et Rousseau, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1553.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le pouvoir réducteur du glucose.* Note de MM. **Svend Aage Schou** et **René Wurmser**, présentée par M. G. Urbain.

Une électrode de platine ou d'or plongée dans une solution de glucose maintenue à l'abri de l'air prend par rapport à cette solution un potentiel bien défini au bout d'un temps plus ou moins long variable avec la température et la concentration en ions OH du liquide [1]. L'étude des réactions chimiques qui accompagnent l'établissement de ce potentiel est rendue difficile par la petitesse des masses transformées. Il était donc indiqué de tenter une analyse spectrographique.

Quand on détermine le spectre d'absorption dans l'ultraviolet des solutions de glucose on voit apparaître progressivement une bande d'absorption dont le maximum est situé à 2650 U. Å. Ce spectre se complique ensuite comme le montre la figure ci-après.

Si la pression d'hydrogène pH_2 agissant sur l'électrode est proportionnelle à la concentration c d'une substance AH_2 dont le coefficient d'absorption est K, on doit avoir pour potentiel de l'électrode

$$E = E_0 - \frac{RT}{F} pH - \frac{RT}{2F} \operatorname{Log} c.$$

Comme le coefficient d'absorption K est proportionnel à la concentration, le rapport de Log K à E devrait être constant ; mais, si l'on tient compte de la déformation progressive des bandes par suite de l'apparition de nouvelles zones d'absorption, on peut seulement mettre en évidence une stabilisation du spectre concomitante avec celle des potentiels. On trouve en effet, pour pH = 8,04 à 40°,2, les résultats suivants :

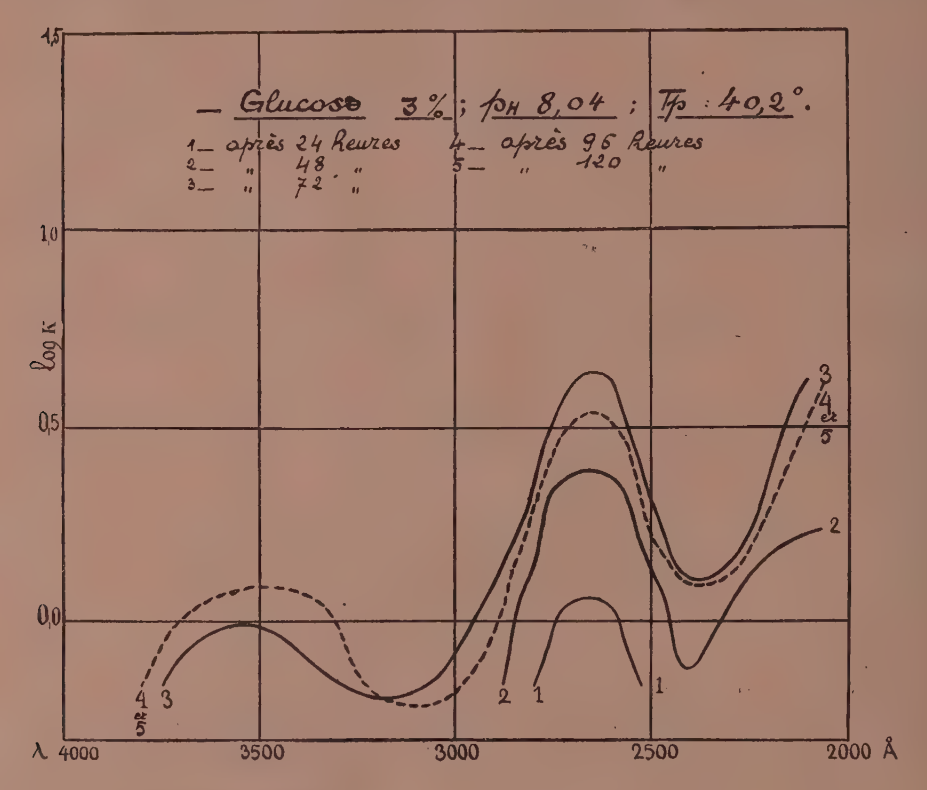
Temps (en heures).	Log K (λ_m = 2650 U. Å.).	E (en volts).
24	0,06	+0,150
48	0,38	−0,092
72	0,64	−0,110
96	0,54	−0,130
120	0,53	−0,126

Quant à la nature du corps AH_2 donateur de l'hydrogène, il est remarquable que la bande λ_m = 2650 U. Å. ne correspond pas au méthylglyoxal

---

[1] R. Wurmser, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1038.

que l'on pouvait s'attendre à trouver comme produit initial de la transformation du glucose. Elle a par contre été observée par Neuberg et Schou [1]



dans le spectre des hexosephosphates et semble caractériser le groupement carbonyle libéré dans la rupture du noyau constitutif du glucose.

Le corps responsable du potentiel du glucose serait donc dû à la transformation

$$\underbrace{CH^2OH - CH - CHOH - CHOH - CHOH - CHOH}_{O}$$

$$\rightarrow CH^2OH - CHOH - CHOH - CHOH - CHOH - \underset{\substack{\| \\ O}}{C} - H$$

ou, si l'on admet comme la plupart des auteurs que la réaction initiale est le dédoublement du glucose, le corps formé serait un produit intermédiaire en C³ dont le groupement carbonyle réagirait par hydratation préalable suivant une réaction de

(1) Neuberg et Schou, *Biochem. Zeitschr.*, 191, 1927, p. 466.

Wieland :

$$-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-H + H^2O \rightarrow -C\begin{matrix} \nearrow H \\ -O-\mathbf{H} \\ \searrow OH \end{matrix} \rightarrow -COOH + 2H$$

les hydrogènes en caractères gras représentant, suivant la notation de Kluyver et Donker, les atomes activés.

Enfin on peut encore penser à une énolisation :

$$CH^2OH - CHOH - CHOH - CHOH - CHOH - CHO$$
$$\rightarrow CH^2OH - CHOH - CHOH - CHOH - COH = CHOH$$

la bande λ_m 2650 U. Å. pouvant résulter du déplacement vers le rouge, sous l'influence des groupes OH, de l'absorption qui pour le glucose normal n'a lieu que dans l'ultra-violet extrême.

Quoi qu'il en soit, l'étude spectrographique des solutions de glucose maintenues à l'abri de l'oxygène met en évidence la production d'une forme réactive dont la présence peut rendre compte du pouvoir réducteur de ces solutions.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide chlorhydrique sur l'aluminium extra-pur.* Note de M. **Jean Calvet**, présentée par M. C. Matignon.

Dans une Note précédente (¹), on a montré que l'aluminium *extra-pur* tel qu'on le prépare aux États-Unis, d'après la méthode de Hoopes, présente une résistance remarquable à l'action des solutions chlorhydriques étendues et que des traces de cuivre ou de mercure lui font perdre cette qualité.

En poursuivant l'étude de cette action de l'acide chlorhydrique, on a reconnu que cette passivité de l'aluminium pur disparaît après quelques jours, qu'une attaque sensible commence à se produire, que cette attaque croît pour atteindre après un temps prolongé une vitesse constante.

Les lames d'aluminium étudiées sont accolées sur une lamelle de verre à l'aide de cire vierge de façon qu'une seule des faces à l'exclusion des tranches se présente à l'attaque dans la solution.

Ces faces d'attaque sont constituées par un carré ayant environ $1^{cm},5$ de côté.

L'attaque est suivie d'une façon continue par la mesure à intervalles réguliers du volume de gaz hydrogène dégagé.

(¹) C. Matignon et J. Calvet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 909.

Un échantillon d'aluminium fondu, maintenu à 18° dans une solution chlorhydrique 2,5 N, n'avait dégagé après 31 heures de contact que $2^{cm^3},5$ par centimètre carré de surface. Dans un deuxième essai après 27 heures dans les mêmes conditions on a recueilli $3^{cm^3},5$.

Ces attaques insignifiantes se sont amorcées l'une et l'autre au cours de la nuit pendant un intervalle de non-observation d'environ 14 heures.

Dans un troisième essai, suivi pendant 42 heures, la réaction, à peu près nulle ($1^{cm^3},3$ d'hydrogène dégagé par centimètre carré de surface pendant 22 heures), a commencé à s'amorcer vers la 35e heure avec une accélération progressivement croissante, de telle sorte, par exemple, qu'après 42 heures, 151^{cm^3} d'hydrogène avaient été mis en liberté; après 45 heures, 247^{cm^3} par centimètre carré de surface. En ne tenant compte que de la période d'attaque, soit 7 heures dans le premier cas et 10 heures dans le second, on obtient, comme dégagement horaire moyen par centimètre carré, $21^{cm^3},5$ et $24^{cm^3},7$.

Le même aluminium a été laminé avec un appareil parfaitement propre, en opérant très lentement de façon à éviter toute élévation appréciable de la température du métal. A l'aide de 13 passages successifs, on a réduit l'épaisseur du métal de 5^{mm} à $1^{mm},6$, soit environ dans le rapport de 3 à 1.

Le laminage a eu pour effet de prolonger la période de passivité du métal.

Après 72 heures de séjour dans la solution chlorhydrique 2,5 N à 18°, l'attaque était si faible que $2^{cm^3},1$ d'hydrogène seulement avaient été mis en liberté par centimètre carré de surface métallique.

Pendant la nuit, entre la 72e et la 86e heure, l'attaque s'est amorcée.

Dans un deuxième essai, l'amorçage s'est produit vers la 70e heure; la réaction s'est légèrement accélérée pour s'adapter à un régime constant à partir de la 79e heure comme le montre le tableau suivant donnant le volume total dégagé en fonction du temps (surface $2^{cm^2},1$) :

h m	cm³	Différence (cm³)	h m	cm³	Différence (cm³)
79.0	382,1		80,15	459,8	
		15,6			15,6
79.15	397,7		80,30	475,4	
		15,6			15,6
79.30	413,3		80,45	491	
		15,6			15,6
79.45	428,9		81	506,6	
		15,6			15,6
80	444,5		81,15	522,2	

L'examen microscopique des aluminiums fondu et laminé, montre que les surfaces sont attaquées beaucoup plus régulièrement avec l'aluminium laminé qu'avec le fondu, le laminage donnant de l'homogénéité au métal;

l'aluminium laminé présente alors des stries parallèles correspondant à la direction du laminage.

Les aluminiums extra-purs provenant de préparations différentes présentent des différences dans leur attaque par la solution acide. Ces différences sont en relation évidemment avec la nature et la quantité des faibles traces d'impuretés qui y sont contenues, et qui varient d'une opération à l'autre.

Un aluminium laminé, ayant comme origine une coulée différente de celle de l'aluminium précédemment étudié, présente dans l'attaque avec l'acide chlorhydrique les mêmes phénomènes période de passivité, période d'attaque progressive, période d'attaque à vitesse constante, mais la durée de ces différentes périodes se modifie.

Après 96 heures, on n'est pas encore sorti de la période de passivité ($2^{cm^3},9$ dégagés par centimètre carré) vers la 100e heure, l'attaque devient manifeste, elle atteint, après 115 heures, un régime qui paraît désormais constant, $17^{cm^3},45$ par quart d'heure avec une surface de $2^{cm^2},20$.

En résumé, la résistance de l'aluminium à l'attaque des solutions chlorhydriques étendues n'est que momentanée, après une durée de quelques jours, variable d'une coulée à l'autre, l'attaque devient manifeste, elle croît progressivement pour atteindre au bout de quelque temps un régime qui paraît être constant.

Le laminage de l'aluminium pur a pour effet d'allonger sa période de passivité.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des halohydrines indéniques.* Note de MM. **Ch. Courtot**, **Fayet** et **Parant**, présentée par M. Charles Moureu.

La fixation d'acide hypohalogéné sur la double liaison éthylénique de l'indène peut donner naissance à deux isomères de position capables d'exister sous la forme cis et la forme trans, et chacun de ces corps est dédoublable en ses isomères optiques. Au total, 8 halohydrines possibles. En regard de ce que la théorie permet de prévoir, examinons où en est, de fait, la question de l'isomérie des halohydrines indéniques.

Dérivés chlorés. — Un seul chlorohydroxyindène (f. = 126°) a été préparé

d'abord par Spilker (¹), puis par Weissgerber (²), enfin par Hensler et Schieffer (³), qui le transforme en β-indanone par méthoxylation et départ d'alcool méthylique, argument en faveur de la formule (I) bien que cette même transformation puisse s'interpréter avec la formule (II) par formation intermédiaire de l'oxyde d'éthylène et transposition de celui-ci en β-indanone :

(I) C_6H_4 — CH Cl / CH OH / CH^2 (II) C_6H_4 — CH OH / CH Cl / CH^2

Dérivés bromés. — Un seul bromohydroxyindène (f. = 130°) a été obtenu par Krämer et Spilker (⁴) et transformé par différents auteurs en β-indanone. Mais Read et Hurst (⁵) ont cru entrevoir un isomère fondant mal à 85° (non analysé).

Dérivés iodés. — Tiffeneau et Orekhoff (⁶) ont préparé une iodhydrine indénique (f. = 120°) qu'ils considèrent comme 2-iodo-1-hydroxyindène.

Nous eûmes à préparer de la β-indanone, circonstance qui nous permit d'observer quelques faits nouveaux dans ce domaine.

Nous avons préparé de l'indène bichloré, et nous l'avons ensuite hydrolysé par de l'eau bouillante. Au refroidissement, on obtient une masse cristalline, qui, essorée et reprise par le benzène chaud, donne la chlorhydrine indénique (f. = 126°).

Les eaux mères benzéniques, évaporées, laissent un produit fondant entre 87° et 92°. Lavé à l'éther froid, il laisse une substance blanche (f. = 110°-111°) qui, après recristallisation dans l'éther bouillant, se présente en belles aiguilles prismatiques brillantes (Cl pour 100 : 20,85; théorie pour C^9H^9OCl : 21,06 pour 100). *Ce produit, soumis à la réaction de Hensler et Schieffer, donne de l'α-indanone.*

Le chlorohydroxyindène (f. = 126°) et ce produit (f. = 111°), oxydés par le mélange sulfochromique, conduisent tous deux à la même indanone chlorée (f. = 38°-39°), dont les vapeurs sont lacrymogènes et vésicantes [Cl pour 100 trouvé : 20,90; calculé : 21,30; dinitrophénylhydrazone (f. = 205° avec déflagration)]. L'indanone chlorée fournit un dérivé mononitré (f. = 115°) et par réduction on obtient une aminochloroindanone (f. = 149°).

Il résulte de ces expériences que nous avons deux chlorohydroxy-

(¹) *Ber.*, **26**, 1893, p. 1541.
(²) *Ber.*, **44**, 1911, p. 1442.
(³) *Ber.*, **32**, 1899, p. 28.
(⁴) *Ber.*, **23**, 1890, p. 2280; **26**, 1893, p. 1541.
(⁵) *Chem. Soc.*, **122**, 1922, p. 2550.
(⁶) *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 465.

indènes, isomères stériques *cis* et *trans*. Nous avons alors déterminé la position de l'hydroxyle et du chlore dans leur molécule.

A cet effet, nous avons oxydé le bromohydroxyindène (f. = 130°); nous obtenons une bromoindanone (f. = 38°) identique à celle préparée par Kipping [1] en bromant l'α-indanone. Donc, dans le bromohydroxyindène l'OH est en 1 et le brome en 2. Or ce bromohydroxyindène, condensé avec la paratoluidine, donne une base secondaire (f. = 115°).

En appliquant le même traitement aux deux chlorohydroxyindènes, celui qui fond à 126° conduit à cette même base. *C'est donc que, d'une part, le chlore est aussi en* 2 *et l'*OH *en* 1, et, d'autre part, qu'il possède la même configuration stérique que l'oxybromure. Le chlorohydroxyindène (f. = 110-111°), dans les mêmes conditions, fournit une base secondaire isomère (f. = 148°).

Enfin, l'iodhydrine de Tiffeneau et Orekhoff donne également la base (f. = 115°); donc, comme ces auteurs l'avaient admis, l'hydroxyle est en 1 et l'iode en 2.

Nous ne pouvons encore répondre à la question de savoir quel est l'isomère *cis* et quel est l'isomère *trans* dans les deux chlorohydroxyindènes; observons cependant que le chlorohydroxyindène fondant le plus bas donne la base secondaire à point de fusion le plus élevé, et inversement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse des carbures benzéniques au moyen des combinaisons organomagnésiennes mixtes*. Note de M. L. **Bert**, présentée par M. Moureu.

L'objet de la présente Note est de montrer que la méthode de synthèse des carbures acycliques de M. Grignard, consistant, comme on sait, dans la décomposition par l'eau des combinaisons organomagnésiennes mixtes, peut être étendue à la préparation des carbures benzéniques.

Le problème revenait à trouver des éthers monohalogénés cycliques aptes à entrer en réaction avec le magnésium au sein de l'éther anhydre. Nous l'avons résolu en développant les méthodes suivantes :

1° Le chlorure de benzyle et ses homologues s'obtiennent avec d'excellents rendements en condensant le benzène et ses homologues avec le trioxyméthylène et le gaz chlorhydrique en présence de chrorure de zinc fondu.

2° Le β-chloroéthylbenzène et ses homologues s'obtiennent :

---

(1) *Chem. Soc.*, 65, 1894, p. 500

Carbures benzéniques ou dérivés halogénés générateurs.	Éthers monoclorés intermédiaires.	Carbures benzéniques préparés.
Benzène	Chlorure de benzyle*	Toluène
Toluène	ω-chloro-*p*-xylène	*p*-xylène
Éthylbenzène	(1) $C^2H^5 - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthyléthylbenzène
n-propylbenzène	(1) $C^3H^7 - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpropylbenzène
Cumène	Chlorure de cumyle*	*p*-cymène
n-butylbenzène	(1) $C^4H^9 - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthybutylbenzène
Pseudobutylbenzène	(1) $(CH^3)^3C - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpseudobutylbenzèn
Pseudoamylbenzène	(1) $\left.\begin{matrix} C^2H^5 \\ (CH^3)^2 \end{matrix}\right\rangle C - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpseudoamylbenzèn
m-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	Pseudocumène
p-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (4) \\ (2) \end{matrix}$	Pseudocumène
Pseudocumène	(1) (2) (4) $(CH^3)^3 - C^6H^2 - CH^2Cl$ (5)	Durène
p-cymène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	2-méthyl-*p*-cymène
Bromobenzène	β-chloroéthylbenzène	Éthylbenzène
o-bromotoluène	*o*-méthyl-β-chloroéthylbenzène	1,2-méthyléthylbenzène
p-bromotoluène	*p*-méthyl-β-chloroéthybenzène	1.4-méthyléthylbenzène
4-bromo-*m*-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2.CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	1.3.4-diméthyléthylbenzène
2-bromo-*p*-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2Cl \\ CH^3 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.4.2-diméthyléthylbenzène
p-bromocumène	(1) $(CH^3)^2CH - C^6H^4 - CH^2.CH^2Cl$ (4)	1.4-éthylisopropylbenzène
2-bromo-*p*-cymène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.2.4-méthyléthylisopropylbenz
Chlorure de benzyle	γ-chloropropylbenzène	*n*-propylbenzène
ω-chloro-*p*-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^4 - CH^2.CH^2.CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpropylbenzène
(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2.CH^2.CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	1.3.4-diméthylpropylbenzène
(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2Cl \\ CH^3 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2.CH^2Cl \\ CH^3 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.4.2-diméthylpropylbenzène
Chlorure de cumyle	(1) $(CH^3)^2CH.C^6H^4.CH^2.CH^2.CH^2Cl$ (4)	1.4-propylisopropylbenzène
(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2.CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.2.4-méthylpropylisopropylben

a. en condensant les magnésiens du bromobenzène et de ses homologues avec le *p*-toluènesulfonate de β-chloroéthyle;

b. en transformant en éthers chlorhydriques l'alcool phényléthylique et ses homologues préparés par réaction de la monochlorhydrine du glycol sur les magnésiens de *a*.

3° Le γ-chloropropylbenzène et ses homologues s'obtiennent comme au 2°, mais en y remplaçant les dérivés bromés par les dérivés chlorométhyléniques du 1°.

Les éthers monochlorés précédents donnent facilement des magnésiens, mais à la condition expresse d'amorcer la réaction par addition de quelques gouttes de brome sec et d'agiter mécaniquement dès qu'elle s'est déclarée.

Le tableau ci-contre résume les résultats obtenus jusqu'ici; les éthers chlorhydriques générateurs de magnésiens connus y sont marqués d'un astérique.

Les rendements varient, suivant les cas, de 30 à 80 pour 100. Bien peu sont inférieurs à 40 pour 100.

En résumé, la décomposition par l'eau des 25 combinaisons organomagnésiennes mixtes (dont 21 sont nouvelles) [1] que nous venons de décrire, constitue un mode de préparation de carbures benzéniques qui joint à la facilité d'exécution et aux rendements élevés de la méthode de Friedel et Crafts la sûreté de celle de Fittig et Tollens.

Si l'on remarque en outre que la condensation des sulfates diméthylique, diéthylique, diisopropylique et des *p*-toluène-sulfonates d'alcoyles avec un R Mg X permet, comme on sait, d'en souder le radical R à un groupe méthyle, éthyle, isopropyle, alcoyle en général, on voit que la méthode que nous proposons, combinée avec les méthodes magnésiennes que nous venons de rappeler, permet d'édifier à peu près toute la série des carbures benzéniques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition moléculaire dans la série du cycloheptane.* Note de M. **Marcel Godchot** et Mlle **Cauquil**, présentée par M. Moureu.

Dans de précédentes Communications [2], l'un de nous, en collaboration avec M. Bedos, a montré que, par action des composés organomagnésiens

---

[1] Ce nombre est sans doute susceptible d'être notablement augmenté.

[2] *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1184, et *Bull. Soc. chim. de France*, 4e série, 37, 1925, p. 1455.

sur les chlorhydrines du cyclohexène et du Δ_3-méthylcyclohexène, on pouvait obtenir très régulièrement des alcools cyclohexaniques secondaires ortho-substitués. En voulant vérifier si cette réaction s'appliquait de la même façon à la monochlorhydrine du cycloheptène, nous avons constaté que si, par exemple, l'iodure de méthylmagnésium réagissait bien sur elle, on obtenait par contre, non pas un orthométhylcycloheptanol, mais un de ses isomères appartenant à la série cyclohexanique, le méthylcyclohexylcarbinol. En effet, une transposition moléculaire assez curieuse rompt le cycle en C^7 et le ramène à un cycle en C^6 suivant le mécanisme.

$$\begin{array}{l}CH^2\,CH^2\,CHOH\\ \qquad\qquad\quad >CHCl\\ CH^2\,CH^2\,CH^2\end{array} + 2CH^3MgI = Mg\begin{array}{l}\diagup I\\ \diagdown Cl\end{array} + CH^4 + \begin{array}{l}CH^2\,CH^2\,CHOMgI\\ \qquad\qquad\quad >CHCH^3\\ CH^2\,CH^2\,CH^2\end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{l}\qquad\quad\ \ H\\ CH^2\,CH^2\,C\!-\!OMgI\\ \qquad\qquad\quad >CH-\boxed{CH^3}\\ CH^2\,CH^2\,CH^2\end{array} + H^2O = H^2C\begin{array}{l}\diagup CH^2\ CH^2 \diagdown\\ \diagdown CH^2\ CH^2 \diagup\end{array}CH-CHOH-CH^3 + Mg\begin{array}{l}\diagup I\\ \diagdown OH\end{array}$$

Cette Note a pour but d'établir les faits que nous venons d'annoncer.

Nous avons tout d'abord préparé la chlorhydrine du cycloheptène qui, à notre connaissance, était inconnue avant nous, en faisant réagir sur le cycloheptène la monochlorourée suivant le mode opératoire de M. Detœuf [1]. Ce corps se présente sous la forme d'un liquide cristallisant partiellement à $-23°$ et bouillant à $98°$ sous 16^{mm} ($d_{19} = 1,1351$; $n^D_{19} = 1,4948$; Cl pour 100 : trouvé, 23,71; calculé pour $C^7H^{13}ClO$, 23,90).

Si l'on fait réagir en milieu éthéré une molécule de cette chlorhydrine sur deux molécules d'iodure de méthylmagnésium, si l'on distille ensuite l'éther et si l'on maintient à 100°, on constate que la masse fuse modérément sans pourtant se boursoufler. Après refroidissement et traitement habituel par l'eau acidulée, on isole par distillations répétées d'abord dans le vide et ensuite à la pression atmosphérique deux corps, l'un, en quantité relativement faible, passant vers 135°-136° et l'autre, prédominant de beaucoup, bouillant vers 188°-189°.

Ce dernier composé, bouillant très régulièrement à 189°,5 (corr.) lorsqu'il est régénéré de son phtalate, est un alcool secondaire ($d_{19} = 0,9278$; $n^D_{19} = 1,4661$; R. M. trouvée, 38,21; calculée pour $C^8H^{16}O$, 38,47). Il se trouve être identique au méthylcyclohexycarbinol, obtenu pour la pre-

(1) *Bulletin Soc. chim. France*, 4e série, **31**, 1922, p. 102.

mière fois par Bouveault [1] en faisant réagir l'aldéhyde acétique sur le chlorure de cyclohexylmagnésium. En effet, nous avons préparé respectivement les phtalates acides des deux composés qui fondent tous les deux à 135° ainsi que leur mélange. De plus, oxydé par l'acide chromique en solution acétique, notre alcool s'est transformé en une cétone qui se trouve être l'hexahydroacétophénone, $C^6H^{11}.CO.CH^3$, caractérisée par nous très nettement par sa semicarbazone (P. F. 175°) et par son oxime (P. F. 64°). Il n'y a donc aucun doute, la transposition moléculaire annoncée s'est bien réalisée.

Quant au corps bouillant vers 135-136°, nous avons reconnu qu'il répondait à la formule d'un carbure C^8H^{14} ($d_{19} = 0,8286$; $n_D^{19} = 1,4577''$; R. M. trouvée : 36,20; calculée pour C^8H^{14} : 36,43). Son nitrosate fond vers 140°, son nitrosochlorure vers 130° et son nitrolpipéridide (N pour 100, trouvé : 12,37; calculé pour $C^{13}H^{24}ON^2$: 12,05) vers 108-109°. Oxydé par le permanganate de potassium en solution étendue, il nous a fourni l'acide adipique. Aussi estimons-nous que ce carbure n'est autre chose que l'éthylidène-cyclohexane, $C^6H^{10} = CH.CH^3$, déjà obtenu par Wallach [2] et par Auwers et Ellinger [3] par une autre voie; il est engendré dans notre réaction par suite d'une déshydratation partielle de l'alcool secondaire.

En résumé, nous avons pu réaliser par une méthode nouvelle le passage d'un cycle en C^7 à un cycle en C^6. Déjà d'autres chimistes avaient signalé une telle possibilité, entre autres MM. Favorsky et Bojovski [4], qui avaient pu, par action de la potasse alcoolique sur la cycloheptanone monochlorée, obtenir l'acide hexahydrobenzoïque. D'autre part, d'autres travaux, par exemple ceux de M. Tarbouriech [5] et ceux de Meerwein [6], ont pu établir qu'il était possible de passer d'un cycle en C^6 à un cycle en C^7. Il semble donc que, suivant les réactions en jeu, on puisse modifier ces cycles, les augmenter ou les diminuer. Nous conclurons que les chimistes doivent vérifier si, au cours d'une réaction, le cycle ne s'est pas modifié, sa rigidité n'étant pas toujours immuable.

---

(1) *Bulletin Soc. chim. France*, 3e série, **29**, 1903, p. 1050.
(2) *Annalen der Chemie*, **360**, 1908, p. 45.
(3) *Ibid.*, **387**, 1912, p. 225.
(4) *Journal Soc. Phys. Chim. Rus.*, **50**, 1920, p. 582.
(5) *Comptes rendus*, **156**, 1913, p. 75.
(6) *Annalen der Chemie*, **396**, 1913, p. 200.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouveaux dérivés de l'isoindigotine.*
Note de MM. **Wahl** et **Féricean**, présentée par M. Matignon.

La modification que nous avons apportée à la méthode de Laurent, qui consiste à traiter par H^2S l'isatine au sein de l'alcool méthylique froid, fournit, comme on l'a vu, la disulfisatyde pure avec un excellent rendement [1]. L'analyse et le poids moléculaire de ce composé, ainsi que la proportion de soufre libéré, conduisent à l'équation

$$2(C^8H^5O^2N) + 3H^2S = C^{16}H^{12}O^2N^2S^2 + 2H^2O + S.$$

Les méthyle-5 et méthyle-7 isatines fournissent, de même, les diméthyl-disulfisatydes qui avaient déjà été décrites par Faivret et l'un de nous [2]. Nous avons traité de cette manière la chloro-5-isatine et la chloro-7-isatine, ce qui a donné, avec la même facilité, la *dichloro-5.5'-disulfisatyde* et la *dichloro-7.7'-disulfisatyde* encore inconnues. Ce sont des poudres cristallines presque blanches dont la composition correspond à la formule

$$C^{16}H^{10}O^2N^2Cl^2S^2$$

et dont les propriétés sont analogues à celles de la disulfisatyde.

Ainsi, lorsqu'on dissout ces dichloro-disulfisatydes dans la pyridine chaude, la solution se colore lentement en rouge; la réaction est plus rapide à l'ébullition et, au bout de peu de temps, il se dépose des cristaux rouge brun. Ceux-ci, essorés et lavés, peuvent être recristallisés dans la pyridine ou, par sublimation, dans le vide. Leurs caractères, ainsi que leur composition, indiquent qu'il s'agit des *dichloro-5.5* et *dichloro-7.7-isoindigotines* dont la constitution

$$(Cl)C^6H^3\left\langle \begin{matrix} C \\ NH \end{matrix} \right\rangle CO \quad CO\left\langle \begin{matrix} C \\ NH \end{matrix} \right\rangle C^6H^3(Cl) \quad (C{=}C)$$

découle du mode de formation qui est analogue à celui de l'isoindigotine dans ces conditions. La réduction par le zinc, en milieu acétique, trans-

---

(1) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 826.
(2) A. Wahl et Faivret, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 790.

forme ces produits en *leucodérivés* blancs et cristallisés qui se dissolvent dans les alcalis caustiques étendus ; cette solution incolore ne tarde pas à se recouvrir d'une pellicule de colorant, provenant de la réoxydation du leucodérivé. Les dichloroisoindigotines se dissolvent dans l'acide sulfurique concentré avec une coloration brun rouge et, en chauffant, il se produit une sulfonation.

En distillant dans le vide la solution pyridique d'où les dichloroisoindigotines se sont déposées et en épuisant par l'eau bouillante le résidu coloré, on arrive à retirer des liqueurs d'extraction une petite quantité d'un produit dont la coloration diminue au fur et à mesure que l'on répète sur lui le même traitement. Il s'agit des *chloro-5* et *chloro-7-oxindols*, encore inconnus, qui ont pu être caractérisés en les condensant avec la benzaldéhyde en milieu alcoolique, en présence d'une goutte de pipéridine. On obtient ainsi le *benzylidène-chloro-5-oxindol* en cristaux jaunes (F. à 204°) et le *benzylidène chloro-7- oxindol* en aiguilles jaunes (F. à 185°).

Il en résulte que la pyridine provoque le dédoublement des dichlorodisulfisatydes en dichloro-isoindigotines et en chloro-oxindols suivant :

$$2(C^{16}H^{10}O^2N^2Cl^2S^2) = C^{16}H^8O^2N^2Cl^2 + 2(C^8H^6ONCl) + 2S^2,$$

ce qui montre la complète analogie entre la disulfisatyde et ses dérivés méthyl et chlorosubstitués.

Nous avons d'autre part préparé les *monochloro-5 et monochloro-7-isoindigotines*, en condensant les isatines chlorées correspondantes avec l'oxindol d'après la réaction

$$(Cl)C^6H^3\left\langle\begin{matrix}CO\\NH\end{matrix}\right\rangle CO + CO\left\langle\begin{matrix}CH^2\\NH\end{matrix}\right\rangle C^6H^4$$

$$= (Cl)C^6H^3\left\langle\begin{matrix}C\\NH\end{matrix}\right\rangle CO \quad CO\left\langle\begin{matrix}C\\NH\end{matrix}\right\rangle C^6H^3(Cl) + H^2O.$$

En réalisant cette condensation sous l'influence de la pipéridine, il se forme, comme dans les cas analogues, les *chloroisatanes*, composés incolores, par suite de la réaction d'addition

$$(Cl)C^6H^3\left\langle\begin{matrix}CO\\NH\end{matrix}\right\rangle CO + CO\left\langle\begin{matrix}CH^2\\NH\end{matrix}\right\rangle C^6H^4 = (Cl)C^6H^3\left\langle\begin{matrix}C(OH)\\NH\end{matrix}\right\rangle CO \quad CO\left\langle\begin{matrix}CH\\NH\end{matrix}\right\rangle C^6H^4$$

qu'une ébullition avec l'acide acétique chlorhydrique déshydrate en donnant la chloroisoindigotine correspondante [1].

Les chloro et dichloroisoindigotines fournissent des acides sulfoniques qui seront décrits dans un autre Recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tautomérie des dicétones α. Les deux formes du méthylbenzylglyoxal; leur transformation réciproque.* Note de M. **Henri Moureu**, présentée par M. C. Matignon.

Les phénomènes de tautomérie, longtemps méconnus chez les dicétones α, ont été mis en évidence pour le phénylbenzylglyoxal et certains de ses dérivés nucléaires [2]. Le méthylbenzylglyoxal

$$C^6H^5-CH^2-CO-CO-CH^3,$$

dans la formule duquel l'un des radicaux situés à côté du groupement dicétonique est purement aliphatique, présente également le phénomène d'isomérie céto-énolique. J'ai pu isoler ce composé sous deux formes tautomériques pures, l'une solide, l'autre liquide à la température ordinaire.

La forme liquide (*isomère* A). — On la prépare en suivant, à quelques variantes près, la technique précédemment décrite [3]. Le produit résultant de l'hydrolyse du composé pipéridiné intermédiaire est distillé dans le vide. Entre 104° et 108° sous 10mm on recueille une huile jaune qui distille, après rectification, à 104° sous 10mm. Par un faible refroidissement, l'huile cristallise entièrement. Les cristaux sont *jaune citron;* ils fondent à 17°-18° après cristallisation à basse température dans l'alcool méthylique. Cette purification ne modifie pas la teinte des cristaux. *L'huile jaune n'est donc pas un mélange allélotrope, mais un individu chimique bien défini.*

La forme solide (*isomère* B). — Abandonnée à elle-même, en tube scellé, l'huile jaune (E_{10} = 104°-108°, qui est constituée par de l'isomère A presque pur) subit une transformation spontanée dont la durée peut varier de

---

(1) Ces réactions sont analogues à celles observées dans le cas de l'oxindol et de l'isatine (A. Wahl et W. Hansen, *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 214, 398).

(2) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **41**, 1927, p. 1607. Voir aussi O. Widman, *Ber.*, **49**, 1916, p. 484; S. Bodforss, *Ber.*, **49**, 1916, p. 2811; H. Jörlander, *Ber.*, **50**, 1917, p. 406 et 1457; Th. Malkin et R. Robinson, *Chem. Soc.*, **127**, 1925, p. 369.

(3) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **41**, 1927, p. 1377.

quelques heures à quelques jours. Cette isomérisation conduit à un composé (B) qui, après cristallisation dans l'alcool éthylique, se présente en cristaux *incolores*, fondant à 69-70° et distillant sans transformation à 134° sous 10mm (1). Les isomères A et B possèdent la composition centésimale et le poids moléculaire du méthylbenzylglyoxal :

$$C^6H^5-CH^2-CO-CO-CH^3.$$

Par action de la phénylhydrazine ils conduisent à la *même osazone* (F=174°-175°).

Transformation réciproque des isomères A *et* B. — Les isomères A et B paraissent stables à l'état pur. L'évolution spontanée de l'huile (E_{10}=104°-108°) vers la forme B laissait donc supposer la présence, dans cette huile, d'une impureté favorisant la formation de l'isomère B aux dépens de l'isomère A. Par la suite, j'ai reconnu, en effet, que l'*isomère* A *était intégralement transformé, à froid, en isomère* B, *sous l'influence des catalyseurs alcalins.* A la température ordinaire et pour une égale concentration, la vitesse de la transformation varie beaucoup, ainsi qu'il ressort du tableau ci-dessous, avec la nature du catalyseur employé :

Catalyseur.	Concentration.	Durée approximative de la transformation.
Benzylamine	1/200	3 jours
Diéthylaniline	»	7 heures
Pyridine	»	45 minutes
Diéthylamine	1/250	quelques secondes
Pipéridine	1/250	»
Potasse	1/1000	12 minutes

La transformation de l'isomère A en isomère B est accompagnée d'un important dégagement de chaleur; quand elle a lieu rapidement (sous l'influence de la diéthylamine par exemple), on observe une très sensible élévation de la température.

Inversement, quand on le chauffe en présence des mêmes catalyseurs alcalins, l'isomère B se transforme en isomère A. Cette évolution se manifeste par un abaissement (environ 15°) du point d'ébullition et l'apparition de la coloration jaune caractéristique de l'isomère A, qui distille. Mais si le catalyseur employé est entraînable à la distillation (amines), il reproduit en sens inverse, pendant le refroidissement du produit condensé, la trans-

(1) Il est identique au composé obtenu précédemment; voir Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1621.

formation isomérique constatée lors de l'échauffement, de sorte que le produit recueilli finalement est l'isomère B initial. Tout se passe donc, en apparence, *comme si la présence d'une trace infime d'une amine abaissait de 15° le point d'ébullition de l'isomère* B. Pourtant la transformation de B en A, pendant la distillation, est bien réelle; mais, pour la mettre en évidence, on ne doit utiliser, comme catalyseur, qu'un alcali fixe, de façon à éviter la rétrogradation de A vers B : effectivement, j'ai constaté que la distillation de B, en présence d'une trace de carbonate de sodium, conduisait à l'isomère A.

Les réactions qui précèdent permettent donc d'effectuer *à volonté* le passage d'un isomère à l'autre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation de quelques polyalcools par l'acide periodique. Applications.* Note de M. **L. Malaprade**, présentée par M. C. Matignon.

I. Le glycol, la glycérine, l'érythrite, l'adonite et la mannite réduisent *à froid* l'acide *periodique* à l'état d'acide iodique. La réaction n'est pas instantanée, mais elle est achevée au bout de 12 heures au maximum.

Pour déterminer les coefficients de réaction, il nous suffit de connaître :

a. Le titre de l'acide periodique employé;

b. Le titre de l'acide iodique formé dans la réaction par une quantité connue de réducteur.

a. On traite par l'acide iodhydrique (KI en milieu acide) un volume déterminé d'une solution d'acide periodique; on titre à l'hyposulfite l'iode libéré suivant l'équation

$$IO^4H + 7HI = 8I + 4H^2O.$$

b. Dans un autre essai, on ajoute au même volume d'acide periodique une quantité connue de polyalcool, insuffisante pour réduire tout l'acide periodique, et quelques centimètres cubes d'une solution d'acide sulfurique à 10 pour 100.

Après réaction complète on ajoute l'iodure et titre l'iode libéré à l'hyposulfite. On titre alors à la fois l'acide iodique formé suivant l'équation

$$IO^3H + 5HI = 6I + 3H^2O,$$

et l'excès d'acide periodique.

On déduit la quantité d'acide periodique réduit de la diminution de l'iode libéré.

Nous avons trouvé ainsi que :

Une molécule de glycol réduit	$1\ IO^4H$
» de glycérine réduit	$2\ IO^4H$
» d'érythrite réduit	$3\ IO^4H$
» d'adonite réduit	$4\ IO^4H$
» de mannite réduit	$5\ IO^4H$

La réduction de l'acide periodique se fait avec libération d'un atome d'oxygène, qui est pris par le réducteur.

La connaissance de ces coefficients de réaction permet le dosage des polyalcools en solution aqueuse, suivant un mode opératoire en tous points identique à celui que nous venons de décrire. Cette méthode est particulièrement avantageuse pour de faibles quantités de polyalcools : en effet 1^{cm^3} d'hyposulfite $\frac{N}{5}$ correspond à $6^{mg},2$ de glycol, et à $3^{mg},6$ de mannite par exemple.

II. On peut aussi appliquer cette réaction au dosage d'un mélange d'anions iodique et periodique.

Il suffit de faire agir l'iodure de potassium en milieu acide sur une prise d'essai, et de titrer à l'hyposulfite l'iode libéré (8I pour $1IO^4H$ et 6I pour $1IO^3H$).

A une seconde prise d'essai identique à la précédente, et acidifiée par l'acide sulfurique, on ajoute par exemple de la mannite en quantité suffisante, puis, au bout d'une demi-heure environ, temps nécessaire pour que tout l'acide periodique soit réduit, on ajoutera l'iodure et titrera l'iode libéré à l'hyposulfite, l'acide periodique réduit ne libère alors que six atomes d'iode au lieu de huit. Ces deux titrages donnent deux équations où les deux inconnues sont les teneurs des deux constituants.

Nous avons pu caractériser le formol dans les produits d'oxydation des polyalcools. Nous avons également isolé l'acide iodique provenant de la réduction de l'acide periodique.

En faisant réagir sur de l'acide periodique *pur* en solution aqueuse des quantités croissantes de polyalcools, *au moins* suffisantes pour réduire tout l'acide periodique, puis en titrant alcalimétriquement en présence de phénolphtaléine le mélange après réaction, nous avons pu calculer la proportion d'acides formés : il suffit de déduire de la quantité de potasse employée, celle qui correspond à la neutralisation de l'acide iodique.

Le glycol est oxydé sans production d'acides, les autres polyalcools donnent des acides; la proportion d'acides diminue quand l'excès de polyalcool par rapport à l'acide periodique croît.

Quand l'excès est nul, c'est-à-dire à la limite du cas où la quantité d'acide periodique réduit est proportionnelle à la quantité de réducteur employée, les nombres de fonctions — COOH formées, sont les suivants :

Une molécule de glycol donne........................	0 — COOH
» de glycérine donne........................	1 — COOH
» d'érythrite donne........................	2 — COOH
» de mannite donne........................	4 — COOH

Tout se passe dans ce cas comme si une molécule d'un polyalcool de formule générale $(CH^2OH)^2(CHOH)^n$ était oxydée suivant l'équation

$$(CH^2OH)^2(CHOH)^n + (n+1)IO^4H = 2HCHO + nHCOOH + (n+1)IO_3H.$$

GÉOLOGIE. — *Présence de faciès schisteux dans le Dévonien de la région de Chalonnes (Maine-et-Loire).* Note [1] de M. **Joseph Péneau**, présentée par M. Ch. Barrois.

Dans cette section du pli d'Ancenis, la composition généralement admise aujourd'hui, pour le Dévonien, est la suivante :

Dévonien supérieur..........	Schistes et grés à débris végétaux.
Givétien....................	*b.* Calcaire des exploitations échelonnées entre Chaudefonds et Montjean.
	a. Calcaire de Vallet près Chaudefonds.
Eifélien....................	Calcaire de La Grange étudié par Ferronnière en 1920.

La découverte de fossiles marins dans les schistes et grès à végétaux attribués ci-dessus au Dévonien supérieur et dans d'autres schistes attribués, les uns au Gothlandien, les autres au Culm inférieur, obligent à classer ces niveaux schisteux dans le Dévonien moyen.

La faune est très pauvre en espèces, son cachet est donné par des Tentaculites dont les individus abondent en deux niveaux.

Au-dessus des schistes qui limitent au Sud le synclinal, schistes attribués au Gothlandien et qui reposent en discordance sur le massif métamorphique des Mauges; on reconnaît les niveaux suivants, du *Sud* au *Nord*.

---

[1] Séance du 30 janvier 1928.

1. *Schistes noirâtres ou gris, tendres, intercalés de bancs gréseux disloqués et de nodules quartziteux.* — Dans ces nodules j'ai trouvé : *Tentaculites cancellatus* Richter; *Cardiola* n. sp., ces deux fossiles abondants; en plus, des Orthocères, Gastropodes, Polypiers.

2. *Schistes noirs fins, se brisant en menus fragments*, ne m'ayant donné que des fossiles insuffisants.

3. *Calcaire givétien.* — En lentilles; c'est le niveau *b* ci-dessus. Au Sud il est en contact, ordinairement avec les schistes noirs 2, mais quelquefois avec les schistes à nodules 1, le contact ayant lieu dans ce cas par surface de friction. Les deux niveaux schisteux sont actuellement confondus avec le Gothlandien, or *Tentaculites cancellatus* est une forme mésodévonienne et les autres fossiles ont aussi un cachet dévonien. De plus, ces schistes ont dû se déposer en transgression sur le Gothlandien, car ils contiennent des galets de phtanite remaniés.

4. *Schistes et grès à débris végétaux*, en contact par pli-faille avec le nord des lentilles calcaires; au voisinage du calcaire les débris végétaux sont abondants, mais en s'en écartant d'une dizaine de mètres vers le Nord, ils diminuent et la roche est devenue une sorte d'arkose schisteuse, brune contenant : *Stropheodonta comitans* Barr., *Ambocœlia umbonata* Conrad, *Cypridina subfusiformis* Sandb., *Lingula* sp.? Encrines.

Enfin au nord de ces schistes viennent encore :

5. *Schistes grossiers, arénacés, gris noirâtre ou verdâtre* contenant *Ceratocephala* sp., *Stropheodonta comitans* Barr., *Str. interstrialis* Phill., *Tentaculites* n. sp., *Conocardium* cf. *eifeliense* Beush., fragment indéterminable de Goniatite; Ostracodes de plusieurs genres et espèces dont aucun ne rappelle ceux qui sont si caractéristiques du Dévonien supérieur du pli d'Angers.

La faunule de 4 et 5, encore que fort rudimentaire, indique le Dévonien moyen et non comme on l'admettait : le Dévonien supérieur pour 4 et le Culm pour 5.

En résumé, le Dévonien moyen des environs de Chalonnes comprend :

A. Des formations coralliennes (Calc. à Polypiers et grands Brachiopodes, de Chaudefonds, Chalonnes, Montjean.

B. Des formations détritiques à Tentaculites et Goniatites, les unes schisteuses, étudiées dans cette Note; les autres calcaires (Calc. de La Grange).

Le Dévonien supérieur ne semble pas représenté en cette localité.

GÉOLOGIE. — *Des résultats géologiques acquis par le sondage de Ferrières-en-Bray*. Note [1] de M. **Pierre Pruvost**, présentée par M. Ch. Barrois.

La coupe du grand sondage de Ferrières-en-Bray [2], en étendant notre connaissance du sous-sol de Paris jusqu'à une profondeur voisine de 2^{km} [3] a révélé, sur la structure du Bassin parisien dans sa partie centrale divers points nouveaux qui méritent de retenir l'attention des géologues.

I. *La série sédimentaire marine du Jurassique* y apparaît à peu près complète et continue; débutant par les couches marno-calcaires de l'Hettangien [4], elle se poursuit régulièrement jusqu'au Portlandien supérieur. On n'y distingue que deux interruptions : la première correspondrait au Sinémurien, dont la faune si caractéristique n'a pas été reconnue à Ferrières, où les dépôts lotharingiens transgressifs semblent succéder directement à l'Hettangien; la seconde lacune, très nette, est marquée par le contact des psammites du Bajocien inférieur sur les marnes de l'Aalénien inférieur. Ainsi, *au centre même du bassin s'observent les traces des deux mouvements transgressifs* les plus généralement constatés sur son pourtour.

II. *Les facies* (vaseux, néritiques, coralliens) *des dépôts jurassiques* ne diffèrent d'ailleurs pas de ceux qui sont visibles sur la bordure et si quelques étages, tels que le Bathonien, ont, à Ferrières, la structure classique qu'on leur connaît en Angleterre, il est aisé d'y reconnaître aussi certains éléments observés aux affleurements de Normandie, de Lorraine et de Vendée. Ainsi *les conditions bathymétriques dans les parties centrales du Bassin de Paris*, à l'époque jurassique, *n'étaient pas très différentes de celles qui régnaient sur ses bords*.

III. *La puissance de la série jurassique* (si l'on ajoute à la coupe de Ferrières les étages supérieurs qui lui manquent et sont connus en surface)

---

(1) Séance du 30 janvier 1928.

(2) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 242.

(3) Elle ajoute en effet 1100^m de terrains nouvellement reconnus aux 600^m env. explorés jusqu'au Gault par les puits artésiens de Paris, et aux 225^m env. affleurant sous le Gault dans le Bray.

(4) Étage (prof, 1007 à 1128^m) en réalité assez pauvrement caractérisé par une faune mal conservée (*Lima cf. amæna* Terq.) ou cf. *valoniensis* Defr.; *Ostrea cf. Hisingeri* Nills.; *Modiola cf. liasina* Terq.) qui me paraît bien cependant avoir ses affinités avec la faune hettangienne, comme c'est aussi l'avis de M. G. Dubar à qui je l'ai soumise.

atteint 1250m. Loin d'être comparables à celles révélées par les sondages les plus voisins au Nord ou au Sud, les épaisseurs des assises dans le Bray dépassent de plus d'un tiers celles déjà énormes constatées à Saint-Martin-du-Vivier, près Rouen, et sont supérieures à toutes celles connues dans le Bassin de Paris ([1]).

Et si l'on dresse maintenant la coupe du Pays-de-Bray, d'après les résultats de ces sondages, cette région paraît être, comme le Weald, le Boulonnais et même le Yorkshire septentrional, un *dôme anticlinal de terrains crétacés superposé à une dépression remplie de terrains jurassiques*. Sa structure constitue surtout une illustration frappante de la loi énoncée en 1919 par G. W. Lamplugh, reprise en 1926 par J. W. Evans, d'après une observation déjà ancienne de W. Topley ([2]) et qui semble bien expliquer la localisation de certains plis de nos bassins de craie : *Les affleurements anticlinaux actuels des sédiments secondaires inférieurs à la craie « correspondent aux régions où leur puissance est la plus grande et coïncident approximativement avec d'anciennes dépressions de la cuvette sédimentaire* ([3]) ».

Loi susceptible d'applications dans la pratique des sondages profonds quand elle explique, comme à Ferrières, pourquoi un sondage placé en pays anticlinal n'atteint le socle ancien qu'à une côte très inférieure, par suite de la puissance accrue des assises profondes.

IV. Enfin *la présence des micaschistes à Ferrières*, constituant, à la profondeur de 1150m, sous un mince revêtement permotriasique, le fond du bassin mésozoïque parisien dans le Bray, nous apporte un enseignement capital sur l'allure souterraine des formations paléozoïques qui, de part et d'autre du Bray, montrent, aux affleurements de Normandie et du massif rhénan, leurs plissements répétés en bandes alternativement anticlinales et synclinales, précambriennes dans le premier cas et carbonifères dans le

---

([1]) A ce point de vue, le sondage de Ferrières donne des résultats semblables à ceux du célèbre Sub-Wealden boring, exécuté en Angleterre dans le but scientifique d'explorer la profondeur du dôme wealdien.

([2]) G. W. Lamplugh, *Proceed. Geol. Soc. London*, 75, 1919, p. xcv. — J. W. Evans, *Ibid.*, 82, 1926, p. lxxvi. — W. Topley, *Q. Journ. Geol. Soc. Lond.*, 30, 1874, p. 186-195.

([3]) C'est la même idée, présentée sous une forme moins concrète et plus générale, qu'ont suggérée A. Bigot (*Bull. Soc. géolog. France*, 4e série, 4, 1907, p. 952-953), et P. Lemoine (*Bull. Soc. philom. Paris*, 10e série, 8, 1916, p. 38-39), en posant ce principe qu'un pli anticlinal se superposerait à un pli synclinal plus ancien et *vice versa*.

second. Trouver des micaschistes cristallins [1] sous le Jurassique de Ferrières, c'est constater que sous l'axe du Bray passe un pli paléozoïque à structure anticlinale. Force est donc de s'éloigner un peu de cette zone anticlinale, soit au NE, soit au SW, si l'on veut rechercher les prolongements des plis synclinaux qui, des Ardennes à la Sarre, renferment les formations houillères. Mais, en raison de la superposition, dans les directions indiquées, au Jurassique reconnu à Ferrières, de 200^m de terrain crétacé, ceci rejette aux profondeurs voisines de 1300^m la perspective d'une telle rencontre.

GÉOLOGIE. — *Sur les éléments inférieurs du complexe tectonique cévenol, nappe des Trois-Dents et nappe de Pouyardière dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel.* Note de M. A. **Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai indiqué précédemment [2] que les gneiss granulitiques du panneau du Pyfara et du synclinal de Saint-Marcel portent la trace de mouvements antérieurs à la granulitisation et comprennent trois séries lithologiques superposées. L'*importance des écrasements* dans cet ensemble habituellement horizontal ou largement ondulé, l'*allure lenticulaire* du terme inférieur, la *répétition du faciès typique des gneiss œillés* dans deux horizons que séparent des gneiss riches en mica noir et du granite, enfin la *position des gneiss à mica noir et du granite de Pouyardière*, qui, identiques aux gneiss et granite autochtones, en sont pourtant séparés par les gneiss œillés inférieurs, *impliquent nécessairement des mouvements tangentiels*. L'analyse stratigraphique et l'étude des zones d'écrasement permettent de distinguer *quatre nappes qui correspondent par leurs faciès à celles du massif du Pilat.*

La nappe des Trois-Dents comprend les gneiss œillés inférieurs et semble se compléter à l'est de Burdigne par une mince lentille de granite. Elle forme dans le panneau du Pyfara un *grand lambeau de recouvrement long d'une quinzaine de kilomètres, large d'une dizaine*, qui est uni à la bande synclinale de Saint-Marcel par le pont tectonique étroit de Saint Bonnet.

---

(1) La découverte de ces micaschistes cristallins, d'aspect métamorphique, permet de supposer la présence, dans leur voisinage, de massifs granitiques, dont la dénudation aurait contribué à la formation des mystérieux grès feldspathiques du terrain houiller.

(2) A. Demay, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 246.

Réduite à une faible épaisseur sur une partie de la bordure nord-ouest et même disparue complètement par laminage au col du Tracol, elle atteint au contraire sur d'autres points 2 à 300^{m} de puissance. Dans la partie centrale du panneau, elle est masquée par les nappes supérieures. Pourtant au nord de Saint-Bonnet-le-Froid, des gneiss œillés, qui par leur faciès et par leur position appartiennent à la nappe des Trois-Dents, apparaissent sous la nappe de Pouyardière dans la *fenêtre* de Malatray. Non loin de là, la cuvette du Monteil semble bien être une autre *fenêtre* qui laisse apparaître sous la nappe des Trois-Dents le granite et le gneiss granitoïde autochtone. La nappe des Trois-Dents affleure sur les deux bords du synclinal de Saint-Marcel et se trouve masquée dans la partie axiale par les nappes supérieures. Près de Saint-Julien-Molin-Molette, elle se termine en biseau, d'abord sur le bord occidental, puis sur le bord oriental, reparaît dans la lentille de Saint-Jacques-d'Atticieux et n'a laissé aucune trace plus au Nord jusqu'au Rhône.

Bien que le développement de la granulite gène l'observation, *le charriage de la nappe des Trois-Dents* est accusé d'une manière générale par le laminage des gneiss œillés et par les traces d'écrasement qui apparaissent presque toujours à petite distance dans le substratum. Sur un certain nombre de points, les phénomènes dynamiques sont bien plus nets encore. On doit citer en particulier l'écrasement de la nappe et du substratum entre le col du Tracol et Riotord, l'écrasement de Changala et la discordance tectonique des gneiss œillés et des gneiss autochtones à l'ouest du Monestier-en-Voçance, sur les bords ouest, sud et est du lambeau du Pyfara. Pour le synclinal de Saint-Marcel, l'écrasement des gneiss œillés inférieurs près du hameau des Blaches, les zones mylonitiques qui apparaissent au sommet du substratum près de Saint-Julien-Vocance et à l'ouest d'Annonay et surtout l'observation précise du contact de base et de l'écrasement des deux termes près de Villevocance constituent dans le même sens des arguments caractéristiques. Au-dessous de la surface de charriage de la nappe des Trois-Dents des zones mylonitiques accusent dans le substratum autochtone l'existence de *surfaces de décollement parallèles* et sans doute discontinues.

La nappe de Pouyardière comprend les amphibolites, les gneiss à mica noir et le granite de la série de Pouyardière et atteint souvent plusieurs centaines de mètres de puissance. Elle forme dans le panneau du Pyfara un grand *lambeau de recouvrement qui flotte sur les gneiss œillés inférieurs*. On doit lui attribuer la *puissante lentille mylonitique* du Tracol, où le faciès

habituel est reconnaissable çà et là malgré l'intensité de l'écrasement, et la large zone d'affleurements de gneiss à mica noir du coin sud-ouest de la feuille de Saint-Étienne. Dans le synclinal de Saint-Marcel la nappe de Pouyardière forme une bande continue partiellement masquée dans la zone axiale par les lambeaux des nappes supérieures. Près de Saint-Julien-Molin-Molette *la serpentine d'Éteize* qui, d'après MM. Friedel et Grandjean, appartiendrait à une nappe spéciale charriée sur les micaschistes et réduite à deux petits lambeaux [1], ne peut, me semble-t-il, être séparée d'une série lithologique qui comprend des gneiss à mica noir fissiles et compacts, du granite, des roches amphiboliques gneissiques et massives, et même des micaschistes. Cette série repose sur les gneiss œillés inférieurs. Elle se relie par les deux bords du synclinal à des gneiss à mica noir mylonitiques, dont la position stratigraphique entre les deux séries de gneiss œillé est évidente et qui s'enfoncent sous le lambeau de micaschistes du Ternay. *Elle appartient donc, ainsi que la serpentine, à la nappe de Pouyardière* et passe elle-même sous ce lambeau dans la partie axiale par suite d'une ondulation de l'axe. Au nord de Saint-Julien, après la disparition des gneiss œillés inférieurs, la nappe est charriée directement sur le granite. Les gneiss chloriteux, attribués par MM. Friedel et Grandjean à la nappe des micaschistes, et les mylonites du noyau synclinal sont, pour moi, des gneiss de Pouyardière mylonitiques. Les gneiss compacts à mica noir encore reconnaissables ne font d'ailleurs pas défaut, par exemple au sud d'Éteize, ou entre Saint-Jacques et Brossainc.

Le charriage de la nappe de Pouyardière est accusé nettement à la bordure ouest du panneau du Pyfara par les *puissants écrasements de la région du Tracol* et reste dans les autres parties du pourtour un peu douteux. Il est démontré au contraire par de nombreuses observations sur les deux bords du synclinal de Saint-Marcel. On doit citer en particulier *l'écrasement remarquable des gneiss de la nappe de Pouyardière et des gneiss œillés inférieurs au col de Concise*, en un point où par exception le contact direct est visible, et les puissantes masses mylonitiques qui apparaissent à la base de la nappe, au nord de la route de Bourg-Argental à Annonay et sur les bords du réservoir du Ternay, enfin tout le long du synclinal entre Saint-Julien-Molin-Molette et Malleval.

---

[1] Friedel et Grandjean, *Bull. Serv. Cart. Géol.*, **20**, 1909-1910, p. 102.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la persistance du genre* Lingullela *Salter dans le Dévonien du Tonkin.* Note de M. **Étienne Patte**, présentée par M. H. Douvillé.

Les espèces des genres *Lingula* et *Lingulella* ont une telle similitude de forme extérieure qu'elles ont été primitivement toutes rapportées au premier de ces genres. En 1866, Salter a indiqué la nécessité de créer le genre *Lingulella*; cette distinction est basée sur des caractères d'organisation interne qui permettent de placer nettement les *Lingulella* dans la famille des *Obolidæ* au voisinage de *Obolus*, non dans celle des *Lingulidæ*. Il était, jusqu'à présent, admis que les *Lingula* n'étaient apparus qu'à l'Ordovicien, tandis que dans les mers cambriennes et ordoviciennes, les Brachiopodes linguloïdes étaient représentés par les *Lingulella*, formes parallèles, voisines morphologiquement mais non systématiquement, exemples de convergence par adaptation rayonnante.

En étudiant des fossiles recueillis par M. le commandant Dussault dans les grès de Souei Nang (région de Van Yen, Tonkin), j'ai constaté la coexistence des genres *Spirifer* et *Lingulella*. Extérieurement, ces Brachiopodes linguloïdes pourraient être comparés à certaines formes cambriennes et ordoviciennes considérées comme des *Lingula* (*L. crumena* Philipps); mais deux empreintes internes de valves ventrales permettent de constater qu'il s'agit de vrais *Lingulella* caractérisés par l'existence d'une fausse aréa striée et d'une échancrure pour le passage du pédoncule (les stries d'accroissement de la pseudo-aréa contournent cette échancrure en dessinant une boucle en U extrêmement accusée). Ce dispositif de l'échancrure pédonculaire est absolument comparable à celui qui s'observe chez certains *Lingulella* comme d'ailleurs chez d'autres *Obolidæ*, il est même bien plus net que chez les espèces de comparaison, *Lingulella atava* Matthew, *L. acutangula* Roemer, *L. Davisii* McCoy. Les empreintes musculaires et vasculaires ne sont pas nettes, toutefois on constate l'existence de fortes impressions qui sont attribuables aux muscles latéraux et qui sont disposées comme chez les *Obolidæ*. D'autre part, les impressions correspondant aux sinus palléaux sont visibles partiellement dans la portion antérieure, leur disposition rayonnante n'est pas conforme à celle des *Lingula*.

La présence du genre *Spirifer* indique au moins un niveau supérieur à l'Ordovicien, de plus l'espèce accompagnant les Lingulelles est comparable,

sinon identique, à *S. ziczac* Rœmer (= *S. Bourreti* Mansuy); cette forme est, au Tonkin, caractéristique du Dévonien; elle est associée tantôt à une faune très typique de Lamellibranches comparables à ceux de Hamilton et de Chemung (Dévoniens moyen et supérieur), tantôt à des Brachiopodes rapprochés de types néodévoniens. Les grès de Souei Nang doivent donc être tenus pour dévoniens. Il est évident qu'il convient d'accorder, pour la détermination de l'âge de ces grès, un poids infiniment plus grand aux *Spirifer* qu'aux *Lingulella;* en effet, la détermination des Brachiopodes linguloïdes est très malaisée quand les échantillons ne sont pas bien conservés et, par suite, des *Lingulella* ont pu très bien être décrits sous le nom de *Lingula:* au contraire, les *Spirifer* sont toujours faciles à reconnaître et l'absence de ce genre dans les terrains inférieurs au Gothlandien doit être considérée comme acquise : le Spirifère date la Lingulelle. Contrairement à ce que l'on croyait, le genre *Lingulella* n'est donc pas caractéristique des terrains cambriens et ordoviciens.

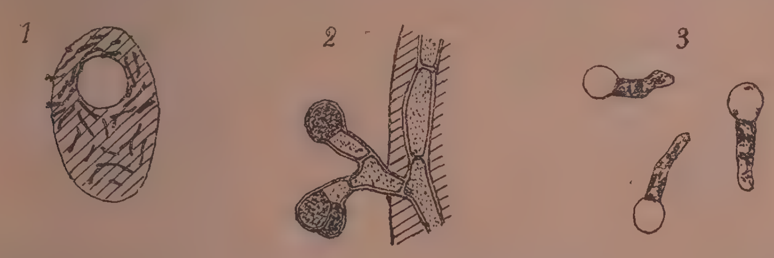
CRYPTOGAMIE. — *Sur un* Acrochœtium *endozoïque et le développement de ses spores.* Note de M. E. Chemin, présentée par M. L. Mangin.

En août 1927, à Roscoff, M. Ch. Perez m'a signalé des *Obelia geniculata*, fixés sur des frondes de Laminaires, dont les stolons et les hydrocaules étaient colorés en rouge. Cette coloration était due en partie à de petites Algues épiphytes qui, pour la plupart, n'étaient que de jeunes germinations de diverses espèces de Floridées. La teinte était due surtout à la présence de nombreux filaments rouges tortueux, enchevêtrés sur lesquels se dressaient des cellules rondes, plus fortement colorées, et toujours indivises, représentant manifestement des monosporanges. Des coupes transversales, faites sur le frais et sur des fragments fixés et inclus dans la paraffine, ont montré que les filaments sont contenus dans les parois du périsarc de l'Hydraire à l'exception des monosporanges qui, seuls, sont externes (*fig.* 1). Ils appartiennent donc à une Floridée endozoïque. Elle est sans relation avec les autres Algues superficielles qui ne sont qu'épiphytes.

Toute l'épaisseur du périsarc est envahie par ces filaments. Ils sont un peu plus denses au voisinage de la cavité où quelques-uns même pénètrent légèrement. Ils sont droits, flexueux, arqués ou coudés. Ils sont formés d'articles successifs, ramifiés et dirigés en tous sens. Les articles ont un diamètre moyen de 3 à 5$^{\mu}$; leur longueur, fort variable, peut atteindre

5 à 6 fois le diamètre et parfois davantage; les cellules terminales des filaments internes sont généralement plus courtes et leur diamètre est plus grand. Chaque article est fréquemment renflé vers le milieu. Les rameaux prennent naissance par bourgeonnement sur la partie élargie se dirigeant presque à angle droit, ce qui donne au mode de ramification un aspect assez particulier.

Quelques filaments se dirigent vers la surface; ils soulèvent légèrement la cuticule, la percent, et se ramifient à l'extérieur. Leurs cellules sont plus



Acrochœtium infestans Howe et Hoyt dans les parois d'*Obelia geniculata* L. — 1. Coupe transversale d'un hydrocaule envahi par l'Algue. × 100; 2. Filaments internes et dressés avec monosporanges, × 700; 3. Germinations des spores âgées de 5 jours.

courtes mais le mode de ramification est le même. Chaque rameau se termine par un ou deux monosporanges de $8 \times 10^{\mu}$ en moyenne (*fig.* 2).

Je n'ai pas observé la sortie des spores. Mais, en déposant des fragments d'hydrocaules sur des lames dans une cuvette d'eau de mer, j'ai vu, après 24 heures, des spores adhérant au verre comparables par la taille et la couleur au contenu des monosporanges. Elles se sont développées, et au bout de cinq jours la croissance était suffisante pour juger du mode de développement (*fig.* 3). La spore, sans se diviser, donne un prolongement unique dans lequel tout le protoplasme se répand; elle apparaît alors vide de tout contenu à un bout du filament. C'est une germination suivant le type filamenteux (*Keimschlauchtypus* de Kylin).

On connaît de petites Floridées endozoïques vivant dans les parois des Hydraires, des Bryozoaires et parfois des Spongiaires. Elles appartiennent aux genres : 1° *Rhodochorton*, tel *Rhodochorton membranaceum* qui se trouve dans *Sertularia*, *Hydrallmania*, etc; 2° *Acrochœtium* parmi lesquels *A. endozoicum* dans *Alcyonidium*, *Flustra A. infestans*, et *A. spongicola* (¹).

L'espèce que je viens de décrire n'est pas un *Rhodochorton* car ce genre

(¹) Voir G. Hamel, *Recherches sur les genres* Acrochœtium *Næg et* Rodochorton *Næg* (*Thèse*, Paris, 1927, p. 94.).

est caractérisé par des tétrasporanges cruciés; d'ailleurs les parois cellulaires ne présentent pas les plissements particuliers du *Rh. membranaceum*, espèce particulière aux Hydraires.

Elle ne peut appartenir qu'au genre *Acrochœtium* où l'on ne trouve généralement que des monosporanges. Elle diffère d'*A. endozoicum*, seule espèce actuellement connue en France, non seulement par son habitat, mais encore par une plus petite taille de ses éléments, et surtout par son mode de ramification qui ne se fait pas par dichotomie ou subdichotomie. Elle se rapproche d'*A. infestans*, espèce décrite par Howe et Hoyt [1] d'après des spécimens recueillis sur la côte atlantique des États-Unis vivants dans les stolons, hydrocaules et hydranthes de petits hydroïdes campanulaires communs. Les filaments sont de même forme et de même taille, ils se ramifient de la même façon, les monosporanges paraissent identiques et l'habitat semble être le même.

Toutefois Howe et Hoyt signalent la présence d'un long poil à l'extrémité de rameaux superficiels non pourvus de sporanges; je n'ai pas remarqué de semblables poils. Bien que présence ou absence de poils soit un caractère auquel on attribue une certaine importance en classification, je rangerai, au moins provisoirement, la Floridée endozoïque des Obelia dans l'espèce *Acrochœtium infestans* Howe et Hoyt, espèce nouvelle pour la France.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Rendements énergétiques comparés de divers glucides dans le développement des moisissures*. Note de M. **Luigi de Caro**, présentée par M. Guignard.

Dans leur étude sur le développement des germes d'arachide sur milieu chimiquement défini, Terroine, S. Trautmann, Bonnet et Jaquot [2] constatent un rendement énergétique nettement supérieur lorsque le glucide offert est du lévulose (0,75) que lorsqu'il s'agit du glucose ou du maltose (0,68), le saccharose occupant une position intermédiaire.

Il était indispensable de rechercher s'il y avait là un phénomène général et si l'on retrouvait le même classement chez des végétaux très différents tels que les moisissures. Sans doute Terroine et Wurmser [3], étudiant le

---

(1) Howe et Hoyt, *Notes on some marine Alguae from the vicinity of Beaufort, North. Carolina* (*Mem. of the New-York Bot. Garden*, 6, 1916, p. 105-123).

(2) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1925, p. 461-473.

(3) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 4, 1922, p. 517-567.

coefficient d'utilisation des sucres, c'est-à-dire le rendement matériel, dans le développement du *Sterigmatocystis nigra*, observent-ils aussi une supériorité du lévulose sur le glucose. Mais on sait, comme l'ont montré avec force ces auteurs, qu'on ne peut préjuger avec certitude du rendement énergétique par la simple connaissance du rendement matériel.

Nous avons donc entrepris l'étude du rendement énergétique dans la croissance du *Sterigmatocystis nigra* aux dépens de divers sucres (lévulose, saccharose, maltose, lactose; la valeur de ce rendement ayant été déterminée à de multiples reprises pour le glucose par Terroine et ses collaborateurs) et d'un polysaccharide, l'inuline. La technique est exactement celle utilisée dans toutes les études similaires sur l'énergie de croissance, précédemment rappelées.

On trouvera ci-dessous les résultats observés :

Glucide.	Nombre de mesures.	Valeurs extrêmes du rendement.	Valeurs moyennes du rendement.
Glucose	»	»	0,58
Lévulose	7	0,59-0,62	0,61
Inuline	6	0,59-0,63	0,60
Saccharose	5	0,58-0,60	0,59
Maltose	5	0,56-0,60	0,58
Lactose	4	0,54-0,57	0,55

Le lévulose manifeste donc, ici encore, sa supériorité, mais elle est toutefois moins accentuée que dans le cas du développement des plantules d'arachide. L'inuline se comporte comme le lévulose, et le maltose comme le glucose. Le saccharose occupe, ici aussi, une situation intermédiaire entre glucose et lévulose. Enfin, il y a lieu de noter l'utilisation sensiblement inférieure du lactose.

Au total, il semble bien que pour tout développement végétal les glucides à fonction cétonique sont mieux utilisés que ceux à fonction aldéhydique.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la digitine de Nativelle.*

Note de MM. P. **Bourcet** et G. **Dugue**, présentée par M. Guignard.

Malgré les innombrables travaux publiés, l'étude de la composition chimique de la digitale reste l'une des plus confuses de la pharmacologie. C'est pourquoi le Comité interministériel des Plantes médicinales et l'Office national des Matières premières ont chargé une Commission d'élucider plu-

sieurs points obscurs de la constitution de cette drogue et de rechercher les moyens d'obtenir par la culture une plante d'activité thérapeutique sensiblement constante.

Si l'on veut mener à bien un travail aussi particulièrement compliqué, il est nécessaire, tout d'abord, de vérifier l'identité de divers corps extraits de la plante par plusieurs auteurs et d'en rectifier la terminologie, car des noms différents s'appliquent parfois à une seule et même substance, ce qui ne simplifie guère les recherches.

Pour cette étude, nous nous sommes adressés à l'un des premiers corps retiré de la digitale : la *digitine* (1) de Nativelle, qui se rencontre dans les résidus de préparation industrielle de la digitaline cristallisée; or nous avons eu la chance de posséder un échantillon préparé par Nativelle lui-même.

Cette digitine se présente sous forme de cristaux blancs et brillants, fusibles à 281°.

Bien que Nativelle ait prétendu que ce corps fût insoluble, nous avons trouvé qu'en réalité il est formé de deux constituants, que nous désignerons provisoirement par les lettres A et B.

Le premier est soluble dans le chloroforme et fusible à 273°; il possède un pouvoir rotatoire $\alpha_D = -66°,5$; le second est insoluble dans ce même liquide et fusible à 315°.

Ce dernier possède toutes les réactions et les propriétés de la digitonine, tandis que A correspond d'abord au corps décrit par Tambach (2) sous le nom de *digine* et plus tard par Windaus et Schneckenburger (3) sous le nom de *gitogénine* (dérivés acétylés identiques F. = + 244-245°).

Le corps A n'est pas un glucoside, car il n'a pas été possible de l'hydrolyser; c'est en réalité une aglucone. En effet, si l'on suit la technique utilisée par Kiliani pour oxyder la *digitogénine* (4), on obtient un même produit : l'acide *digitogénique* fusible à 210°, qui, oxydé à son tour par le permanganate de potassium, donne de l'acide *digitique* F. 203° et de l'acide oxydigitogénique F. 250°.

---

(1) Ch. Nativelle, *Découverte de la digitaline cristallisée* (*Moniteur scientifique*, 3e série, 4, Paris, 1874, p. 827).

(2) Tambach, *Zur Kenntnis der Bestandteile der Digitalisblätter* (*Pharm. Zentralh. f. Deutsch.*, 53, 1912, p. 392).

(3) A. Windaus et A. Schneckenburger, *Ueber Gitonin, ein nueues Digitalis-Glykosid* (*Ber. d. d. Chem. Gesells.*, 46, II, 1913, p. 631).

(4) H. Kiliani et B. Merk, *Ueber Digitogenin und Digitohensaüre* (*Ber. d. d. Chem. Gesells.*, 34, 1901, p. 3564).

Nous ferons remarquer que, d'après nos travaux, il existe dans les feuilles de digitale non seulement les glucosides appelés digitonine par Schmiedeberg et *gitonine* par Windaus et Schneckenburger, mais encore la *gitogénine*. Nous ne pouvons expliquer l'existence de cette aglucone dans la *plante sèche* que par un dédoublement biochimique dû à des agents existant eux-mêmes dans les feuilles.

Nous proposons donc de faire disparaître, dès maintenant, dans la nomenclature si touffue des produits tirés de la digitale, les noms de *digitine* et de *digine* pour conserver seulement la dénomination de *gitogénine* qui ne laisse aucune équivoque possible quant à la constitution de ce corps.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur la bradycardie provoquée par l'uzara et les autres substances digitaliques.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Vingt-six ans avant l'Anglais Cushny, auquel on attribue souvent cette découverte, Traube a montré qu'au premier stade de son action, la digitale provoque un ralentissement cardiaque que la vagotomie fait disparaître. De ce phénomène incontestable, le mécanisme reste encore controversé, les pharmacologistes s'accordant seulement à reconnaître que cette bradycardie n'est pas d'origine périphérique puisqu'elle ne se produit ni sur le cœur isolé, ni sur le cœur *in situ* d'un animal vagotomisé.

En employant la méthode dite de la tête isolée, J. F. et C. Heymans ont pu démontrer récemment que, contrairement à l'opinion de Cushny encore admise aujourd'hui par de nombreux pharmacologistes surtout anglo-saxons, la bradycardie digitalique n'est pas d'origine centrale. Pour ces auteurs, cette bradycardie serait d'origine réflexe et résulterait de l'hypertension provoquée par les substances digitaliques, l'hyperexcitabilité des terminaisons cardiaques du pneumogastrique, démontrée antérieurement par plusieurs auteurs, n'intervenant que comme cause secondaire et accessoire. Si l'on en croyait J. F. et C. Heymans, la bradycardie digitalique que certains pharmacologistes ont observée sur des animaux en hypotension serait d'origine périphérique, car elle « ne disparaît point après section des vagues ».

Ces conclusions qui n'ont pas encore été réfutées ont été adoptées par plusieurs auteurs, notamment par MM. Mercier. Elles sont cependant inexactes, car au premier stade de l'action de l'extrait d'uzara (panzaron)



Chienne de 18kg, anesthésiée par le chloralose (12cg par kilogramme), thoracotomisée. 1re ligne : temps en secondes; 2e ligne : enregistrement des contractions auriculaires par la méthode de suspension; 3e ligne : enregistrement des contractions ventriculaires par la même méthode; 4e ligne : pression carotidienne enregistrée par le manomètre à mercure. Tracés réduits de moitié. — I. En A, commencement de l'injection continue, au moyen d'une burette reliée à la fémorale, d'une solution renfermant 2 milligrammes d'extrait d'uzara par centimètre cube de sérum physiologique et s'écoulant dans la circulation à la vitesse de 2 centimètres cubes par minute; en B, section du vague gauche au cou; en C, section du vague droit également au cou. — II. Même expérience, mais après interruption de 2 minutes.

et de l'uzarine, qui — comme nous le démontrerons prochainement — sont de véritables substances digitaliques, on observe souvent, en même temps que de l'hypotension, un chronotropisme cardiaque négatif et un inotropisme auriculaire également négatif qui traduisent l'excitation du pneumogastrique et qui disparaissent presque totalement après vagotomie double (*fig.* 1); la légère bradycardie qui persiste après section des vagues résulte de l'action périphérique du médicament.

Nos observations s'accordent d'ailleurs avec celles de Kochmann, Fraenkel et Schwartz, Beco, enfin de Yamanouchi qui ont déjà signalé que les substances digitaliques (*Digitalis*, digotoxine, *Strophanthus*, strophantine, ouabaïne, *Adonis*, adonidine, *Scilla*, *Convallaria*, *Rhodea*) peuvent provoquer de la bradycardie, alors que la pression artérielle est normale et parfois même diminuée.

Récemment d'ailleurs, J. F. et C. Heymans, ayant dû reconnaître que la strophantine peut provoquer simultanément de la bradycardie et de l'hypertension, en ont conclu que le ralentissement du rythme cardiaque « constituant un réflexe contre l'hypertension », peut empêcher celle-ci d'apparaître, et coexister ainsi avec une pression normale ou même diminuée. Est-il besoin de dire qu'on peut difficilement admettre que les effets puissent précéder la cause? En tous cas nous avons pu nous assurer non seulement que l'hypertension provoquée par l'adrénaline doit atteindre un certain degré pour s'accompagner de bradycardie, mais encore que cette bradycardie n'est pas capable de supprimer l'hypertension, à plus forte raison de la transformer en hypotension.

Nous pouvons donc conclure que, comme l'a affirmé l'éminent pharmacologiste allemand Straub, la bradycardie correspondant au premier stade de l'action des corps digitaliques résulte d'une sensibilisation des terminaisons périphériques du pneumogastrique qui les rend plus sensibles à l'action du tonus vagal. On comprend ainsi pourquoi cette bradycardie très nette chez le chien dont le tonus vagal est élevé, s'observe difficilement chez le lapin qui est presque totalement dépourvu de tonus pneumogastrique.

Bien entendu l'hypertension, quand elle existe, peut ajouter ses effets à l'action que nous venons d'étudier et ainsi accroître encore la bradycardie produite par cette dernière.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Excitation musculaire directe par les courants progressifs.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

Au cours de travaux antérieurs (¹) nous avons étudié l'excitation par les courants linéaires lorsqu'ils traversent longitudinalement le nerf sciatique de grenouille.

Nous avons repris les mêmes expériences en excitation musculaire directe, une large électrode (+) étant introduite dans la bouche de l'animal, l'électrode excitatrice (—) prenant contact par 5^{mm^2} de surface sur le gastrocnémien mis en partie à nu dans sa région ventrale.

Sur quelques préparations nous avons pratiqué les deux modes d'excitation indirecte et directe afin de comparer les résultats. Ils peuvent se résumer dans la proposition suivante :

Par la valeur de la constante linéaire et par la forme de la contraction, quelle que soit la durée écoulée depuis la dissection, l'excitation directe se comporte à peu près comme l'excitation indirecte considérée dans la période initiale, alors que le nerf n'a pas encore subi d'altérations.

La constante linéaire est élevée, le muscle répondant à des courants de pente peu abrupte. Parallèlement la contraction est lente à se manifester. Elle présente une portion ascendante d'assez faible pente, légèrement ondulée, un long plateau suivi d'une portion qui descend avec lenteur après l'ouverture du courant. *Le vieillissement modifie peu ces résultats, contrairement à ce que l'on observe par excitation du nerf.*

L'excitation par fermeture d'un courant galvanique donne dans les mêmes conditions des secousses très franches comme dans l'excitation galvanique par le nerf.

Pour obtenir des secousses de ce type avec les courants progressifs, il est nécessaire de donner à leur pente une valeur fortement supérieure à la pente limite.

Cette différence entre la contraction galvanique et la contraction linéaire peut s'expliquer par la grandeur relativement considérable des durées efficaces dans l'excitation linéaire. Les faisceaux immédiatement sous l'électrode sont les premiers excités en raison de la grande densisté du

---

(¹) Ph. Fabre, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 300 et 1216.

courant en ces points. Dans la profondeur le flux de courant est de moins en moins dense, sa pente d'établissement est donc de plus en plus faible et les durées efficaces de plus en plus longues. Il y a une mise en train progressive de la contraction du muscle, chacun de ses faisceaux répondant d'autant plus tard qu'il est plus éloigné de l'électrode active.

En raison de ce phénomène les seuils de contraction par excitation directe sont peu nets et il devient difficile de préciser les relations quantitatives.

Notre formule logarithmique paraît cependant convenir pour relier constante linéaire et chronaxie quand la température varie :

	Chronaxie.	Constante linéaire.	Coefficient logarithmique K.
	$0^{\sigma},18$	117^{σ}	265
Refroidissement	$0^{\sigma},44$	180^{σ}	246

On voit que le coefficient logarithmique reste à peu près constant dans les limites de précision de l'expérience. Le coefficient relatif au nerf est au début beaucoup plus élevé, mais, au cours du vieillissement, il ne tarde pas à prendre des valeurs comparables à celles du muscle, puis des valeurs de plus en plus faibles alors que le coefficient relatif au muscle reste à peu près égal à lui-même.

Ces constatations et celles relatives aux formes des contractions, nous permettent de conclure que les altérations dues au vieillissement intéressent surtout les éléments nerveux disséqués hors de l'organisme et peut-être plus généralement l'ensemble de l'appareil nerveux.

PROTISTOLOGIE. — *Les formations paravacuolaires des trypanosomes.*
Note de M. G. **Lavier**, présentée par M. F. Mesnil.

On sait combien est fréquente, chez certains trypanosomes et particulièrement chez ceux du groupe *brucei*, l'existence dans le cytoplasme de granulations chromophiles. Depuis longtemps déjà Hindle, Swellengrebel ont montré que si la plupart de ces granulations était composée de métachromatine ou volutine, un certain nombre toutefois était de nature différente, capable d'être colorées par l'hématoxyline et généralement localisées entre le kinétonucléus et le noyau. J'ai eu l'occasion, avec des trypanosomes du groupe *brucei*, de faire un certain nombre d'observations concernant ces dernières granulations.

Avec la technique courante des frottis secs colorés par la méthode panop-

tique, elles se présentent avec une couleur pourpre violacée analogue à celle que prend la métachromatine; la seule chose alors qui permette de les distinguer des corpuscules métachromatiques, c'est leur localisation au pourtour de la vacuole prébasale et surtout au pôle antérieur de celle-ci; mais, si elles sont généralement paravacuolaires, elles sont susceptibles de progresser vers l'avant du trypanosome, se dirigeant vers le noyau; parfois elles se présentent alors rangées en file, d'autres fois groupées en rosette, mais le plus souvent elles sont dispersées sans ordre; dans certains cas, elles peuvent être en nombre considérable et envahir tout le flagellé. On peut d'ailleurs avec la méthode de Romanowsky différencier ces formations de la métachromatine : il suffit, après fixation à l'alcool méthylique absolu et avant coloration, de plonger le frottis quelques instants dans l'eau chaude qui dissout immédiatement la métachromatine. Avec une fixation humide, la même différenciation se trouve réalisée; la métachromatine est dissoute dans le fixateur tandis que les formations paravacuolaires persistent même en présence d'une grande quantité d'acide acétique et sont ensuite colorables par l'hématoxyline.

Les colorants vitaux permettent aussi de distinguer ces deux ordres d'inclusions. Si le bleu de méthylène, la thionine les colorent également, le rouge neutre colore les formations paravacuolaires très précocement et très intensément, beaucoup plus que la métachromatine; il est à noter qu'avec ce colorant vital, on a assez souvent l'impression d'une masse qui diffluerait de la vacuole prébasale; enfin la pyronine qui ne colore pas la métachromatine, colore le caryosome et également les formations paravacuolaires.

Malgré leur aspect granuleux dans les préparations colorées, il est probable que ces formations sont normalement plus ou moins fluides et précipitées par les fixateurs ou les colorants comme c'est d'ailleurs également le cas pour la métachromatine. La résistance qu'opposent ces formations à divers agents chimiques et en particulier aux acides permettent de supposer qu'il s'agit de nucléoprotéides; elles appartiennent au vacuome comme la métachromatine.

Les conditions d'apparition de la métachromatine et des formations paravacuolaires sont bien différentes; pour la première, ce qui détermine avant tout sa formation, c'est l'espèce infectée par le trypanosome; les formations paravacuolaires, par contre, se rencontrent aussi bien chez tous les animaux d'expérience, mais ce qui semble les produire c'est la mise en état d'infériorité du trypanosome; elles sont en effet particulièrement nombreuses chez les individus dont la vitalité est manifestement atteinte; dans certaines crises

qui se sont terminées par la guérison de l'animal, les trypanosomes étaient absolument bourrés de ces granulations. Il est à noter que c'est dans les mêmes circonstances qu'on observe une notable hypertrophie dans la vacuole prébasale. Ces formations paravacuolaires peuvent donc être considérées comme sécrétées par la vacuole prébasale et non pas, comme le suggéraient Hindle, Swellengrebel, par le kinétonucléus; en effet les individus ablépharoplastiques peuvent en présenter comme les individus normaux.

Il est vraisemblable que ces formations existent dans bien d'autres espèces de trypanosomes. C'est sans doute à elles qu'on peut rapporter, entre autres, les granulations observées par Roubaud chez *Trypanosoma cazalboui*, par Alexeieff et par Roudsky chez *Trypanosoma levisi;* dans ce dernier cas, ces formations étaient particulièrement développées dans le trypanosome infectant le cobaye et il est intéressant de noter que Roudsky attribuait leur apparition au changement de l'espèce-hôte (ce changement peut d'ailleurs être considéré comme mettant le trypanosome en état d'infériorité).

Ces formations ont été parfois considérées comme des produits de dégénérescence du trypanosome, mais il est peut-être tout aussi légitime de les considérer comme traduisant au contraire une réaction de défense du flagellé contre des conditions défavorables.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 23 janvier 1928.)

Note de M. *Swyngedauw*, Sur la position de la ligne neutre dans la courroie :

Pages 218 et 219, *au lieu de* I, *lire* l.

Page 219, ligne 17, *au lieu de* E_{m^e}, *lire* $E_m e$; ligne 22, *au lieu de* $\delta\ \Delta T$, *lire* $\frac{L}{dL}.\delta.\Delta T$; dernière ligne, *au lieu de* $Em^s.\delta$, *lire* $E_m s.\delta$.

Page 220, équation (4), *au lieu de* $Rf\frac{\alpha T}{Es}$, *lire* $(R+y_0)\frac{f\alpha T}{E_m s}$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de novembre 1927 (*suite et fin*).

La Mort et le Sentiment, par Henry de Varigny. Paris, Félix Alcan, 1927; 1 vol. 19cm. (Présenté par M. Ch. Richet.)

Les Poissons et le monde vivant des eaux. Études ichthyologiques. Tome III : *La vie et l'action*, par Louis Roule. Paris, Delagrave, 1927; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Louis Mangin.)

Les conditions techniques du Bureau Veritas pour le matériel non destiné aux constructions navales. Paris, Bureau Veritas, 1927; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Guillet.)

A short Treatise on anti-typhoid Inoculation containing an Exposition of the Principles of the Method, and a Summary of the Results achieved by its Application, by Almroth E. Wright. Westminster, Constable and C°, 1904; 1 vol. 22cm.

The unexpurgated Case against Woman Suffrage, by Sir Almroth E. Wright. London, Constable and C°, 1913; 1 vol. 23cm.

On Pharmaco-Therapy and Preventive Inoculation applied to Pneumonia in the African native with a Discourse on the Logical Methods which ought to be employed in the Evaluation of Therapeutic Agents, by Sir Almroth E. Wright. London, Constable and C°, 1914; 1 vol. 22cm.

Technique of the Teat and Capillary Glass Tube, being a Handbook for the Medical Research Laboratory and the Research Ward, by Sir Almroth E. Wright. London, Constable and C°, 1921; 1 vol. 25cm,5.

Le opere di Alessandro Volta. Volume V. Milano, Ulrico Hoepli, 1928; 1 vol. 30cm.

Atlas géographiques, rédigés sous la direction de J. Schokalsky. Leningrad, 1926-1927, 2 atlas 35cm,5 et 26cm,5. (Présenté par M. Charles Lallemand.)

Étude géologique sur la région du Dalai-Noor, in *Mémoires de la Société géologique de France*, par P. Teilhard de Chardin. Paris, Société géologique de France, 1926; 1 vol. 34cm.

Description des Mammifères tertiaires de Chine et de Mongolie, in *Annales de Paléontologie*, t. 11, par P. Teilhard de Chardin. Paris, Masson et Cie, 1926; 1 vol. 28cm,5.

Les Mammifères de l'Éocène inférieur de la Belgique, in *Mémoires du Musée royal d'histoire naturelle de Belgique* (n° 36, 1er septembre 1927), par P. Teilhard de Chardin. Bruxelles, Musée royal d'Histoire naturelle, 1927; 1 vol. 33cm.